



**НАУЧНЫЙ  
ФОРУМ**  
nauchforum.ru

**РИИЦ**



**№ 2(12)**

**НАУЧНЫЙ ФОРУМ:  
ТЕХНИЧЕСКИЕ И ФИЗИКО-  
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**

МОСКВА, 2018



# НАУЧНЫЙ ФОРУМ: ТЕХНИЧЕСКИЕ И ФИЗИКО- МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

*Сборник статей по материалам XII международной  
научно-практической конференции*

№ 2 (12)  
Февраль 2018 г.

Издается с декабря 2016 года

Москва  
2018

УДК 51/53+62

ББК 22+3

НЗ4

Председатель редколлегии:

*Лебедева Надежда Анатольевна* – доктор философии в области культурологии, профессор философии Международной кадровой академии, г. Киев, член Евразийской Академии Телевидения и Радио.

Редакционная коллегия:

*Ахмеднабиев Расул Магомедович* – канд. техн. наук, доц. кафедры строительных материалов Полтавского инженерно-строительного института, Украина, г. Полтава;

*Данилов Олег Сергеевич* – канд. техн. наук, научный сотрудник Дальневосточного федерального университета;

*Маршалов Олег Викторович* – канд. техн. наук, начальник учебного отдела филиала ФГАОУ ВО "Южно-Уральский государственный университет" (НИУ), Россия, г. Златоуст.

**НЗ4 Научный форум: Технические и физико-математические науки:** сб. ст. по материалам XII междунар. науч.-практ. конф. – № 2 (12). – М.: Изд. «МЦНО», 2018. – 70 с.

ISSN 2541-8394

Сборник входит в систему РИНЦ (Российский индекс научного цитирования) на платформе eLIBRARY.RU.

ISSN 2541-8394

ББК 22+3

© «МЦНО», 2018

## **Оглавление**

<b>Раздел 1. Технические науки</b>	<b>4</b>
<b>1.1. Безопасность деятельности человека</b>	<b>4</b>
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКА ТРАНСПОРТИРУЕМОГО ВЗРЫВЧАТОГО ВЕЩЕСТВА	4
Белин Владимир Арнольдович	
Ачеева Элина Асламбековна	
Габаев Георги Сергеевич	
Локьяева Светлана Мухтаровна	
Хабаев Ахсарбек Таймуразович	
<b>1.2. Инженерная геометрия и компьютерная графика</b>	<b>11</b>
АЛГОРИТМ DXT СЖАТИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ	11
Ботоев Александр Эльбрусович	
<b>1.3. Электроника</b>	<b>19</b>
АНАЛИЗ РЕЗОНАНСНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ ТИПА LLC	19
Белов Геннадий Александрович	
Охоткин Григорий Петрович	
Павлова Анфисия Александровна	
РАЗРАБОТКА КОНСТРУКЦИИ И МАРШРУТА ИЗГОТОВЛЕНИЯ КМОП ИНТЕГРАЛЬНОЙ СХЕМЫ ВОСЬМИРАЗЯДНОГО СТЕКА ПАМЯТИ НА БАЗЕ DV-ТРИГГЕРА	33
Недашковский Леонид Владимирович	
РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ СОСТАВЛЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЗАКОНОВ КОММУТАЦИИ ТРАНЗИСТОРНЫХ КЛЮЧЕЙ МОСТОВОЙ СХЕМЫ ВЕНТИЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ	53
Охоткин Григорий Петрович	
Белов Геннадий Александрович	
Угарин Станислав Валентинович	
<b>Раздел 2. Математика</b>	<b>66</b>
<b>2.1. Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление</b>	<b>66</b>
БЫСТРЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ТЁПЛИЦЕВЫМИ МАТРИЦАМИ	66
Доржиева Герел Сергеевна	

## РАЗДЕЛ 1.

### ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

#### 1.1. БЕЗОПАСНОСТЬ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЧЕЛОВЕКА

##### ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКА ТРАНСПОРТИРУЕМОГО ВЗРЫВЧАТОГО ВЕЩЕСТВА

**Белин Владимир Арнольдович**

*д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Взрывное дело»  
Национального исследовательского технологического университета  
«МИСИС»,  
РФ, г. Москва*

**Ачеева Элина Асламбековна**

*канд. техн. наук, доцент кафедры физики  
Северо-Кавказского горно-металлургического института  
СКГМИ (ГТУ),  
РФ, РСО-Алания, г. Владикавказ*

**Габаев Георги Сергеевич**

*инженер-технолог ОАО "Кавдоломит",  
РФ, РСО-Алания, г. Владикавказ*

**Локьяева Светлана Мухтаровна**

*кандидат хим. наук, доц. кафедры физики  
Северо-Кавказского горно-металлургического института  
СКГМИ (ГТУ),  
РФ, РСО-Алания, г. Владикавказ*

**Хабеев Ахсарбек Таймуразович**

*студент  
Северо-Кавказского горно-металлургического института  
СКГМИ (ГТУ),  
РФ, РСО-Алания, г. Владикавказ*

## ENERGY CHARACTERISTICS OF THE FLOW OF THE TRANSPORTED EXPLOSIVE

**Vladimir Belin**

*doctor of technical sciences, professor,  
manager by department «Explosive business»  
of National research technological university «MISIS»,  
Russia, Moscow*

**Elina Acheeva**

*candidate of technical sciences,  
associate prof. department of physics  
of North-Caucasian Institute of Mining and Metallurgy SKGMI(GTY),  
Russia, North Ossetia-Alania, Vladikavkaz*

**Georgi Gabaev**

*process engineer OAO "Kavdolomit",  
Russia, North Ossetia-Alania, Vladikavkaz*

**Svetlana Lokyeva**

*candidate of chemical sciences,  
associate prof. department of physics  
of North-Caucasian Institute of Mining and Metallurgy SKGMI(GTY),  
Russia, North Ossetia-Alania, Vladikavkaz*

**Akhsharbek Khabaev**

*student  
of North-Caucasian Institute of Mining and Metallurgy SKGMI(GTY),  
Russia, North Ossetia-Alania, Vladikavkaz*

**Аннотация.** Процесс образования статического электричества, сопровождающий различные технологические процессы и оказывающий достаточно часто отрицательное воздействие на них. Практика применения простейших взрывчатых веществ (ВВ) в пневматическом зарядании показывает, что этот способ зарядания является достаточно эффективным. Однако, этому процессу сопутствуют некоторые недостатки, а именно электризация потока аэрозвеси в шланге. В результате образуются области различных знаков, что ведет к возникновению электрического разряда, сопровождающегося выделением определенного количества теплоты, ведущего к незапланированному взрыву. Значение этого количества тепла напрямую зависит от энергетических параметров электризации.

**Abstract.** The process of formation of static electricity, which accompanies various technological processes and often has a negative impact on them. The practice of using the simplest explosives (BB) in pneumatic charging shows that this method of charging is quite effective. However, this process is accompanied by some drawbacks, namely the electrification of the airway flow in the hose. As a result, areas of different signs are formed, which leads to the appearance of an electric discharge, accompanied by the release of a certain amount of heat, leading to an unplanned explosion. The value of this amount of heat directly depends on the energy parameters of electrification.

**Ключевые слова:** энергия воспламенения; взрывчатые вещества; электризация; заряд, пневмошланг; процесс заряжения.

**Keywords:** energy of ignition; explosives; electrification; charge, pneumatic hose; the process of loading.

Широкое применение пневматического способа заряжения гранулированных взрывчатых веществ (ВВ) в горной промышленности указывает на необходимость экспериментальных исследований пирофорности и взрываемости промышленных ВВ, их составляющих.

Важным показателем взрывоопасности является минимальная энергия воспламенения, т. е. энергия, выделение которой даже за незначительный отрезок времени (например, в виде искры электрического происхождения) способно воспламенить аэровзвесь. Очевидно, что характеристики взрываемости порошков в значительной степени зависят от крупности частиц, а так же от их концентрации [1]. Более мелкодисперсные порошки имеют более низкие температуры воспламенения и нижний концентрационный предел (НКП), выше скорость нарастания давления и величину максимального давления. Это обусловлено тем, что с уменьшением размеров частиц площадь их поверхности быстро возрастает в силу квадратичной зависимости. Активность порошка повышается. Если энергия, выделяющаяся в разрядном промежутке, превзойдет величину минимальной энергии воспламенения аэровзвеси транспортируемого ВВ, произойдет воспламенение с возможной последующей детонацией. Вероятность воспламенения ВВ определяется следующими значениями величины энергии, выделяющейся в объеме ВВ. Зная минимальную температуру воспламенения аэровзвеси, можно определить критическое значение электрического заряда, являющегося основным параметром, от которого зависит энергия электростатического поля внутри зарядного шланга.

Данные о воспламеняемости и взрываемости ВВ, их аэровзвесей и компонентов ВВ в отечественной и зарубежной литературе практически отсутствуют. Имеющиеся величины минимальных энергий

воспламенения некоторых ВВ [3], представленных в таблице 1, не дают достоверных характеристик взрывоопасности аэрозолей ВВ.

**Таблица 1.**

**Минимальная энергия воспламенения некоторых ВВ**

№ п/п	Тип ВВ	W <sub>min</sub> , Дж	
		Насыпной вид	Аэрозоль
1	Аммониты №6, №6ЖВ (измельченные граммониты)	2,5 - 6,5	1,5 - 1,6
2	Гексоген	0,18	0,003-0,06
3	Тротил диаметром (0,1-0,3)*10 <sup>-3</sup> м	2,7	0,03-0,06
4	Нитроглицерин жидкий	0,025	-
5	Алюминиевая пудра АСД-3	-	0,06
6	Азид свинца	1,10	-

Наиболее вероятным источником воспламенения аэровзвесей ВВ является электрическая искра между разноименно заряженными массами потока транспортируемого ВВ. Известно, что процессу пневматического транспортирования гранулированных ВВ сопутствует явление электризации как транспортируемой аэровзвеси ВВ, так и шланга [4]. Применение полупроводящих транспортирующих магистралей, заземляемых в процессе пневмозарядки, исключило их электризацию за счет отекания зарядов со шланга на Землю. Однако электризация потока ВВ происходит и в полупроводящих магистралях. Промышленные эксперименты, проведенные автором, подтвердили это положение. Не существует достоверных критериальных величин НКП, верхнего концентрационного предела (ВКП) и минимальных энергий воспламеняемости аэровзвесей ВВ, сопоставление с которыми параметров электростатического поля наэлектризованного потока ВВ представило бы реальную картину возможности воспламенения аэровзвеси в случае возникновения электрической искры внутри пневмомагистрали. Таким образом предполагается исследовать основные характеристики воспламеняемости и взрываемости воздушно-пылевых и воздушно-взрывчатых смесей ВВ и пылей сульфидных руд в зависимости от мощности электрической искры. Для этого необходимо знать параметры электростатического поля заряженного объема ВВ.

Анализ теоретических и экспериментальных материалов позволяет обосновать цель дальнейших исследований воздействия электростатического поля на аэровзвеси: установление критических значений величин минимальных энергий воспламенения аэродисперсных смесей [2].



Для этого следует исследовать искровой разряд, возникающий при транспортировке в шланге, и параметры от которых зависит энергия электрического поля – потенциал и электрический заряд.

Решение поставленных вопросов поможет выявить безопасные пределы и условия процесса пневмозаряжения гранулированных ВВ.

Результаты экспериментального определения минимальных энергий воспламенения компонентов, из которых состоят основные типы промышленно применяемых гранулированных ВВ и, для сравнения, минимальных энергии воспламенения аэрозолей тяжелых углеводородов, приведены в табл. 2.

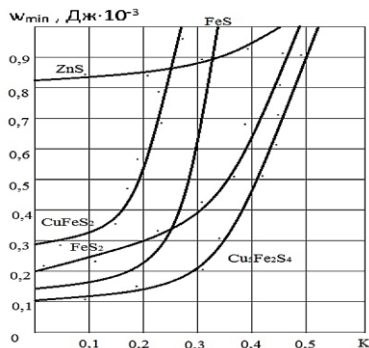
Таблица 2.

**Минимальная энергия и температура воспламенения возможных компонентов ВВ, ( $d = 0,05 - 0,063$ ) $\cdot 10^{-3}$ м**

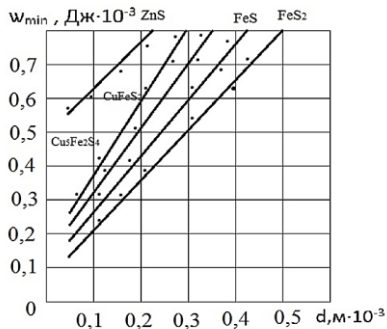
Тип	АI	ДТЛ	Керосин	Автол	Мазут	Машинное масло
$W_{\min}$ , Дж $\cdot 10^{-3}$	0,002	0,44	0,22	7,3	0,33	1,66
Температура вспышки, $^{\circ}\text{C}$	450	130	28	185	90	180

На основании полученных значений  $W_{\min}$  [5], были построены графики зависимостей  $W(K)$  и  $W(d)$  для аэрозвесей гранулированных ВВ.

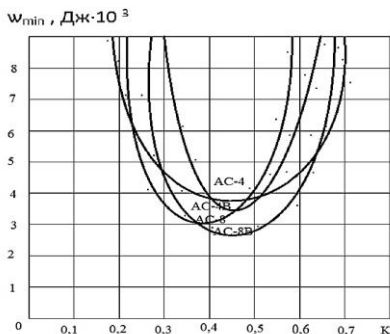
Приведенные зависимости создают достаточно полную картину пирофорности аэрозвесей промышленных гранулированных взрывчатых веществ и пылей сульфидных руд и позволяют дать конкретные рекомендации предприятиям горной промышленности по безопасному ведению процесса пневматического транспортирования гранулированных взрывчатых веществ и пылей сульфидных руд.



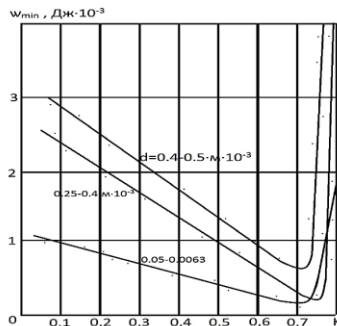
**Рисунок 1. Зависимость минимальной энергии воспламенения аэрозвесей пылей сульфидных руд дисперсностью  $d = 0,063 \cdot 10^{-3}$  м от их концентрации**



**Рисунок 2. Графики зависимостей минимальной энергии воспламенения пылей сульфидных руд от дисперсности аэрозолей (концентрация  $K = 20$  кг/м<sup>3</sup>)**



**Рисунок 3. Зависимость минимальной энергии воспламенения  $W_{min}$  аэрозвесей гранулитов от концентрации  $K$  аэрозвесей (дисперсность  $ВВ = (0,16-0,25) \cdot 10^{-3}$  м)**



**Рисунок 4. Зависимость минимальной энергии воспламенения аэрозолей граммонала А – 8 при различной концентрации  $K$  взрывчатого вещества от диаметра  $d$  частиц**

### **Список литературы:**

1. Белин В.А., Кутузов Б.Н., Ачеева Э.А. Снижение интенсивности и вероятности воспламенения взрывчатых аэрозвесей при пневмозаряжении, // Устойчивое развитие горных территорий, 2014. [5, с. 266-272].
2. Белин В.А. Процесс формирования пылевидных частиц при взрывном разрушении горных пород // Горный информационно-аналитический бюллетень, 2002. [5, с. 93].
3. Шелехов П.Ю., Ачеева Э.А. Механизированное заряжение взрывных полостей гранулированными взрывчатыми веществами в горных условиях Северного Кавказа. // Устойчивое развитие горных территорий, 2011. [3(9), с. 91-94].
4. Шелехов П.Ю., Ачеева Э.А., Баликоева М.С. Аналитические основы безаварийной технологии пневмозаряжения взрывных полостей гранулированными взрывчатыми веществами // Горный информационно-аналитический бюллетень, 2012. [5, с. 275-279].
5. Шелехов П.Ю., Белин В.А., Ачеева Э.А., Гаврина О.А. Влияние скорости транспортирования и плотности гранулированных взрывчатых веществ на их электризацию при пневмозаряжении взрывных полостей // Устойчивое развитие горных территорий, 2014 [4, с.266-271].

## 1.2. ИНЖЕНЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА

### АЛГОРИТМ DXТ СЖАТИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

*Ботоев Александр Эльбрусович*

*магистрант,  
Северо-Кавказский горно-металлургический институт,  
РФ, РСО-Алания, г. Владикавказ*

### DXT IMAGE COMPRESSION ALGORITHM

*Alexander Botoev*

*undergraduate,  
North Caucasian Institute of Mining and Metallurgy,  
Russia, North Ossetia-Alania, Vladikavkaz*

**Аннотация.** В данной статье рассматривается алгоритм DXТ сжатия изображений. Важным отличием данного алгоритма сжатия изображений является способность к ускоренной обработке информации.

**Abstract.** This article discusses the DXТ image compression algorithm. An important difference of this image compression algorithm is the ability to speed up processing of information.

**Ключевые слова:** алгоритм; dxt сжатие изображений; виды dxt сжатия изображений.

**Keywords:** algorithm; dxt compression of images; types of dxt image compression.

DXТn (DirectX Texture Compression, иногда также S3TC, S3 Texture Compression) – группа алгоритмов сжатия текстур с потерями, разработанная Konstantine I. Iourcha и компанией S3 Graphics Ltd. Для использования в графическом процессоре Savage 3D [1, с. 13].

В отличие от многих других алгоритмов сжатия изображений (таких, как JPEG), алгоритмы сжатия DXТn, равномерно сжимающие данные и требующие только один проход по исходным данным, способны к обработке информации «на лету», а значит, отлично

подходят для сжатия текстур в графических процессорах, в том числе поддерживающих аппаратное ускорение.

Кроме того, поддержка алгоритмов сжатия DXТn была реализована в Microsoft DirectX 6 и OpenGL 1.3, что в конечном итоге обеспечило им поддержку со стороны многих программных и аппаратных продуктов.

Группа алгоритмов DXТ включает пять алгоритмов сжатия:

- DXТ1 – сжатие текстур с однобитным альфа-каналом
- DXТ3 – сжатие текстур с четырёхбитным альфа-каналом, содержащим произвольные значения
- DXТ2 – аналогично DXТ3, но с предумножением цвета на альфа-канал
- DXТ5 – сжатие текстур с восьмибитным альфа-каналом, содержащим табличные значения
- DXТ4 – аналогично DXТ5, но с предумножением цвета на альфа-канал.

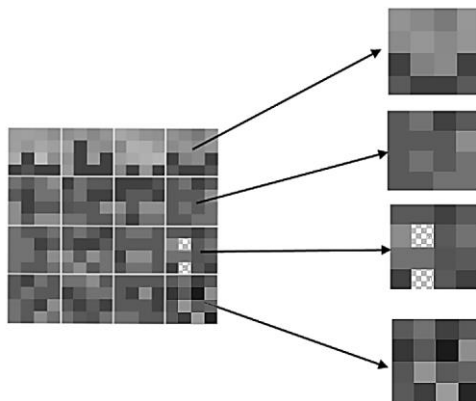
В настоящее время в подавляющем большинстве случаев используется сжатие DXТ1/3/5.

При работе с полупрозрачными текстурами в процессе смешивания с фоном, значение цвета пикселя необходимо умножать на коэффициент прозрачности из альфа-канала.

В связи с этим в некоторых ситуациях удобно хранить в текстуре значения цветовых каналов уже умноженные на этот коэффициент, что обозначается термином «pre-multiplied alpha». Для таких ситуаций был предложен формат DXТ2/4. Это может ускорить некоторые операции композитинга (создание целостного изображения, методом совмещения нескольких слоев, различных изображений, созданных независимо друг от друга) но он может иметь негативный эффект потери информации о цвете.

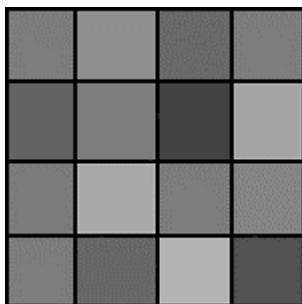
По этой причине, DXТ2 и DXТ4 не так широко используется на практике, как DXТ1, DXТ3 и DXТ5. Для форматов же DXТ3/5 предполагается хранение цветовых компонент в исходном виде. Тем не менее, с точки зрения хранения и декодирования разница в этих форматах отсутствует [3].

Все алгоритмы основаны на следующем подходе: изображение делится на блоки 4 x 4 пикселя и каждый блок последовательно преобразуется в 64- или 128-битную последовательность (в зависимости от конкретного алгоритма). Так как сжатие производится с потерями, различные типы изображений в разной степени подвержены появлению артефактов при сжатии.



**Рисунок 1. Разделение на блоки**

Каждые блоки будут обрабатываться независимо от соседних блоков.



**Рисунок 2. Блок 4 x 4 пикселя**

DXT1

Формат DXT1 предполагает хранение в сжатом блоке двух базовых цветов  $C_0$  и  $C_1$ , и двухбитной таблицы индексов. Еще два цвета  $C_2$  и  $C_3$  получаются путем интерполяции двух базовых цветов по формулам (\*) и (\*\*).

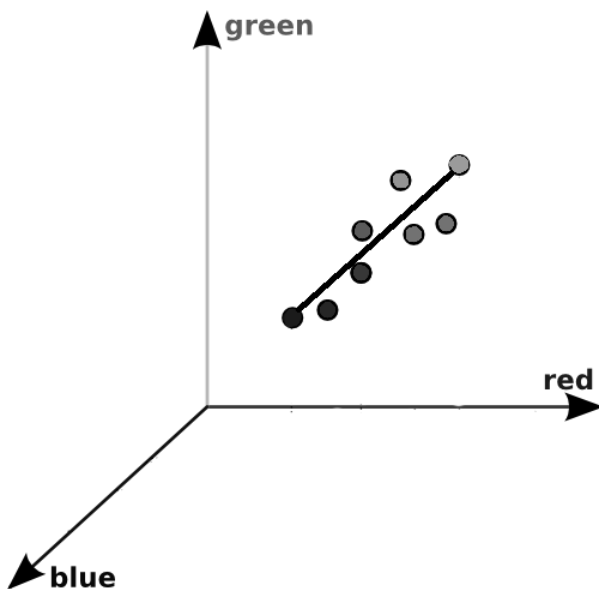
$$C_2 = \frac{2}{3}C_0 + \frac{1}{3}C_1 \quad (*)$$

$$C_3 = \frac{1}{3}C_0 + \frac{2}{3}C_1 \quad (**)$$

Сами базовые цвета хранятся в сжатом блоке в формате RGB565, то есть по 5 бит на красный, 6 бит на зеленый и 5 бит на синий цветовой канал.

Два базовых цвета генерируются следующим образом: Пиксели исходного блока представляются как точки в трехмерном пространстве с координатами  $(r, g, b)$ , а также как вектор  $s(r, g, b)$ .

В качестве двух базовых цветов будут выбраны два наиболее удаленных друг от друга точек. При этом потребуется сравнить между собой расстояния между всеми парами точек.



**Рисунок 3. Выбор базовых цветов**

Два ключевых цвета задают прямую, а цвета локальной палитры будут располагаться на этой прямой.

Завершающим шагом является формирование таблицы индексов. Согласно количеству цветов, в палитре индексы принимают значения 00, 01, 10, 11, в зависимости от того, к какому цвету из палитры обрабатываемый пиксель более близок [2].



Рисунок 4. Таблица индексов

Порядок двух цветов ( $C_0$ ,  $C_1$ ) также содержит один бит информации. С помощью которого в алгоритме DXT1 определяется прозрачный пиксель. Если  $C_1 > C_0$ , то в палитре  $C_3$  используется как нулевая альфа, а  $C_2$  будет вычислен по формуле (\*\*\*)

$$C_2 = \frac{1}{2}C_0 + \frac{1}{2}C_1 \quad (***)$$

Блок 4 x 4 пикселя исходного изображения будет сжат до 64 бит. По 16 бит отводятся на 2 цвета и 32 бита на таблицу 4 x 4, с двухбитными индексами цветов.

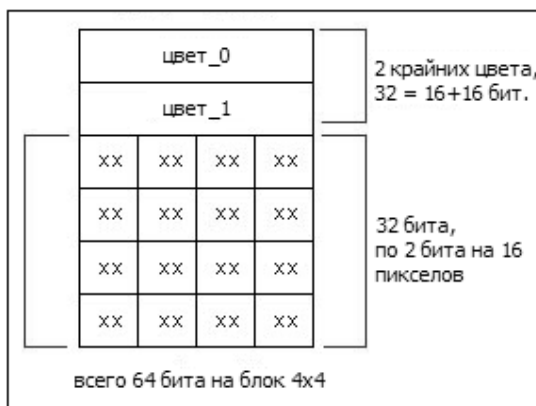


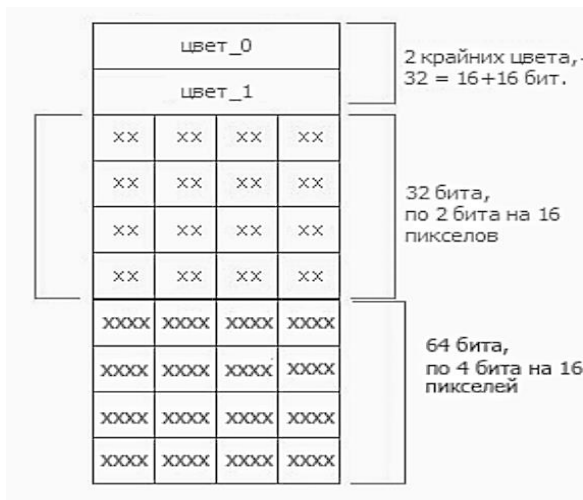
Рисунок 5. Структура сжатого блока DXT1

### DXT2 и DXT3

Алгоритм компрессии DXT3 (также известный как Block Compression 2) предназначен для хранения текстур с четырёхбитным альфа-каналом. Альфа – канал в DXT3 хранится просто как



округлённое с 8 битов до 4 битов на пиксель, и представляет собой таблицу 4 x 4 x 4 – битными значениями. Размер сжатого блока – 128 бит, т. е. в 2 раза больше чем DXT1.



**Рисунок 6. Структура сжатого блока DXT2/3**

Палитра цветов и индексы цветов в DXT3 практически идентична DXT1, за исключением, того что цвета  $C_2$  и  $C_3$  вычисляются по формулам (\*) и (\*\*).

#### DXT4 и DXT5

Блок DXT5, так же, как и DXT3, состоит из 64 бит, которые предназначены для хранения альфа-канала, и 64 бит, повторяющих блок DXT1.

Однако здесь альфа-канал хранится в сжатом виде, аналогичном сжатию DXT1: в блоке содержатся два базовых значения альфа\_0 и альфа\_1 с точностью 8 бит и таблица трехбитных индексов, позволяющая любой точке принимать одно из восьми допустимых значений локальной палитры.

Для значений альфа-канала выделяются два типа блоков: когда альфа\_0 > альфа\_1, 6 дополнительных значений локальной палитры вычисляются при помощи линейной интерполяции, в случае, когда альфа\_0 < альфа\_1 только 4 значения, а оставшиеся два соответствуют минимальному и максимальному допустимому значению. Для блока цветových данных всегда рассматривается как блок DXT1, при этом используются формулы (\*) или (\*\*).

Формулы для вычисления промежуточных значений альфа-канала если  $\alpha_0 > \alpha_1$ :

$$A_2 = \frac{6}{7}A_0 + \frac{1}{7}A_1$$

$$A_3 = \frac{5}{7}A_0 + \frac{2}{7}A_1$$

$$A_4 = \frac{4}{7}A_0 + \frac{3}{7}A_1$$

$$A_5 = \frac{3}{7}A_0 + \frac{4}{7}A_1$$

$$A_6 = \frac{2}{7}A_0 + \frac{5}{7}A_1$$

$$A_7 = \frac{1}{7}A_0 + \frac{6}{7}A_1$$

В противном случае используются следующие формулы:

$$A_2 = \frac{4}{5}A_0 + \frac{1}{5}A_1$$

$$A_3 = \frac{3}{5}A_0 + \frac{2}{5}A_1$$

$$A_4 = \frac{2}{5}A_0 + \frac{3}{5}A_1$$

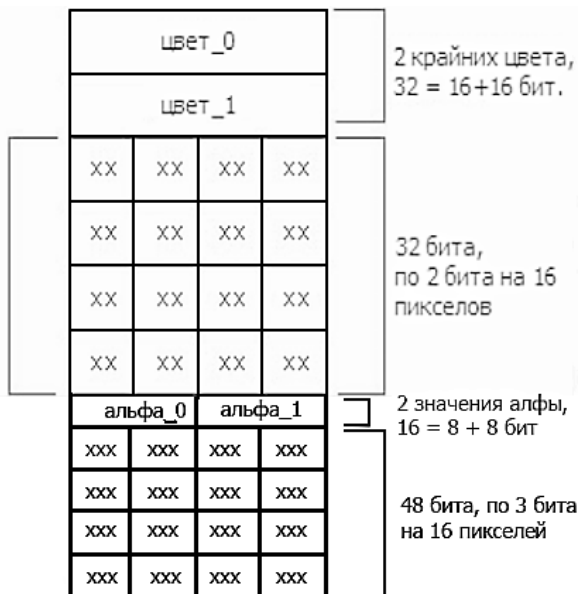
$$A_5 = \frac{1}{5}A_0 + \frac{4}{5}A_1$$

$$A_6 = \#00$$

$$A_7 = \#FF$$

Если в блоке имеются пиксели со значениями 0 и 255, то  $A_0$  будет равен минимальному значению альфа канала, а  $A_1$  максимальному, в противном случае  $A_0$  будет равен максимальному значению альфа канала,  $A_1$  – минимальному, не считая значения 0 и 255.

Блок 4 x 4 пикселя исходного изображения будет сжат до 128 бит. По 16 бит отводятся на 2 цвета и 32 бита на таблицу 4 x 4, с двухбитными индексами цветов, по 8 бит на значения  $A_0$  и  $A_1$ , оставшиеся 48 бит на таблицу трехбитных индексов [2].



**Рисунок 7. Структура сжатого блока DXT4/5**

Лучшее качество изображения с альфа-каналом у DXT5. При наличии у изображения прозрачности, DXT1 даст наилучший результат. В случае отсутствия альфа-канала разницы в качестве изображений нет.

Если изображение имеет резкие переходы альфа канала, лучше использовать DXT2 и DXT3. В случае, когда альфа канал не используется, необходимо использовать DXT1.

### Список литературы:

1. Сэломон Д. - Сжатие данных, изображений и звука – М.: Техносфера, 2004 – 368 с.
2. Сжатие текстур: S3TC (DXTn) - <http://animon.com/article/984>.
3. «Habrahabr» — интернет издание о информационных технологиях. [Электронный ресурс], Сжатие текстур в Android: сравнение форматов, URL: <http://habrahabr.ru/company/intel/blog/276089>.

### 1.3. ЭЛЕКТРОНИКА

#### АНАЛИЗ РЕЗОНАНСНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ ТИПА LLC

**Белов Геннадий Александрович**

*д-р техн. наук, профессор,  
Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова,  
РФ, г. Чебоксары*

**Охоткин Григорий Петрович**

*д-р техн. наук, доцент,  
Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова,  
РФ, г. Чебоксары*

**Павлова Анфисия Александровна**

*старший преподаватель,  
Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова,  
РФ, г. Чебоксары*

#### ANALYSIS OF THE LLC RESONANT DC-DC CONVERTER

**Gennady Belov**

*doctor of Science, Professor, The Ulianov Chuvash State University,  
Russia, Cheboksary*

**Grigory Ohotkin**

*doctor of Science, Associate Professor,  
The Ulianov Chuvash State University,  
Russia, Cheboksary*

**Anfisia Pavlova**

*senior Lecturer, The Ulianov Chuvash State University,  
Russia, Cheboksary*

**Аннотация.** Рассмотрен резонансный преобразователь постоянного напряжения (ППН) типа LLC, которому в зарубежной литературе уделяется большое внимание. Методом основной гармоники выведены основные расчётные соотношения для ППН с учётом активных сопротивлений LC-контура и использованием широко распространённой в отечественной литературе T-образной эквивалентной схемы трансформатора. Учёт активных сопротивлений потерь позволил получить выражение для расчёта КПД преобразователя, отсутствующее в зарубежных публикациях. Известные из зарубежных публикаций расчётные соотношения получаются как частные случаи выведенных в предлагаемой статье.

**Abstract.** The LLC resonant DC-DC converter is considered, which is paid much attention in the foreign literature. By basic harmonic method, the main calculation ratios for DC-DC converter with allowance for the active resistances of the LC circuit and the use of the T-shaped equivalent circuit of the transformer widely used in the domestic literature are derived. Taking into account the active resistance of losses, it was possible to obtain an expression for calculating the converter efficiency, which is absent in foreign publications. Known from foreign publications, the calculated relationships are obtained as special cases derived in the proposed article.

**Ключевые слова:** резонансный преобразователь постоянного напряжения; условия резонанса; коэффициент передачи для индуктивного и ёмкостного режимов.

**Keywords:** DC-DC resonant converter; resonance conditions; transmission coefficient for inductive and capacitive modes.

Резонансные LLC преобразователи постоянного напряжения (ППН) отличаются возможностью получения высокого КПД, малых габаритов и массы при сравнительно высоких рабочих частотах. Резонансные ППН, работающие в режиме прерывистого тока в LC-контуре, когда индуктивность намагничивания трансформатора  $L_{\text{н}}$  по крайней мере на два порядка превышает индуктивность рассеяния  $L_s = L_{s1} + L'_{s2}$ , были подробно рассмотрены ранее [1]. В настоящее время широко используются преобразователи, в которых индуктивность рассеяния соизмерима с индуктивностью намагничивания [2, 3].

Наиболее простым методом анализа и расчёта таких преобразователей является метод основной гармоники [4], который основан на предположении о том, что передача энергии от источника входного напряжения  $u_{\text{вх}}$  к нагрузке  $R$  через резонансный контур обусловлен первыми гармониками вызываемых в контуре напряжений и токов. Тогда ток в резонансном контуре  $i_{\text{к}}$  полагается чисто синусоидальным. Такой подход дает близкие

к точным результаты при работе выше резонансной частоты в режиме непрерывного тока контура и весьма приближённые результаты на частотах переключений ниже резонансной (в режиме прерывного тока). Следует отметить, что при использовании метода основной гармоники многие детали работы схемы на периоде переключений будут потеряны.

Предположим, что каждый из транзисторов VT1, VT2 несимметричной полумостовой схемы (рисунок 1, а) открывается на полпериода в противофазе с другим. Выходное напряжение  $u_{н}$  (рисунок 1, б) инверторного полумоста (рисунок 1, а) может быть представлено в виде ряда Фурье [5]

$$u_{н}(t) = \frac{U_{вх}}{2} + \frac{2}{\pi} U_{вх} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n} \sin 2\pi nft,$$

где  $f = 1/T$  – частота переключений, первая гармоника ( $n = 1$ )

$$u_{н(1)}(t) = \frac{2}{\pi} U_{вх} \sin 2\pi ft. \quad (1)$$

Ток в резонансном контуре  $i_{к}(t) = \sqrt{2} I_{к} \sin(2\pi ft - \varphi)$ , где  $I_{к}$  – действующее значение тока контура,  $\varphi$  – фазовый сдвиг тока относительно первой гармоники напряжения  $u_{н(1)}(t)$ . Этот ток отстает от напряжения  $u_{н(1)}(t)$  на угол  $\varphi > 0$ , если общее сопротивление контура носит индуктивный характер (индуктивный режим) (когда частота переключений больше резонансной частоты контура  $f_p$ ), и опережает напряжение на угол  $\varphi < 0$  при ёмкостном характере общего сопротивления контура (ёмкостной режим) ( $f < f_p$ ).

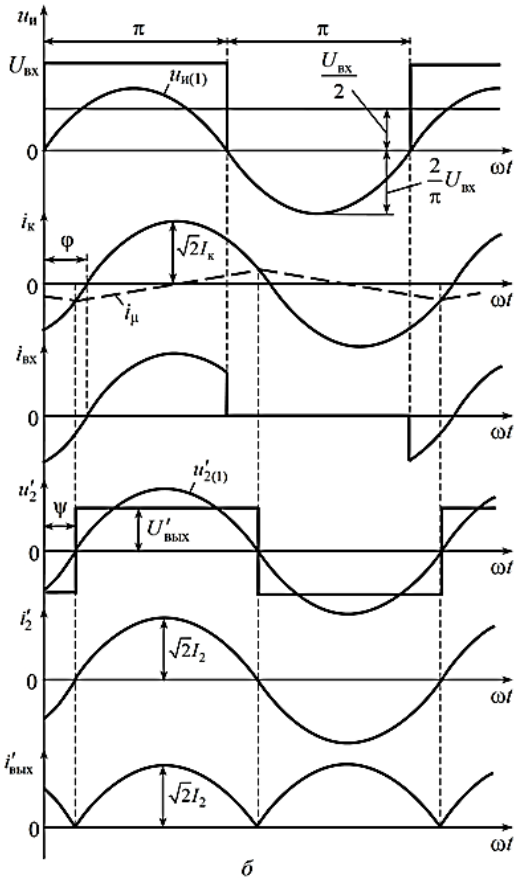
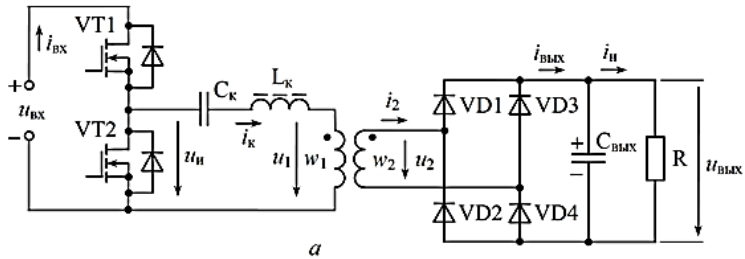
Через источник входного напряжения  $u_{вх}$  протекает входной ток  $i_{вх}$  (рисунок 1, б), равный току контура на интервале  $T/2$ , когда проводит верхний транзистор VT1 (рисунок 1, а). В следующий полупериод входной ток равен нулю. Среднее значение входного тока определяется следующим образом:

$$I_{вх.ср} = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} i_{к}(t) dt = \frac{\sqrt{2} I_{к}}{\pi} \cos \varphi.$$

Тогда активная мощность, потребляемая от источника входного напряжения, определяется выражением

$$P_{вх} = (\sqrt{2} U_{вх} I_{к} / \pi) \cos \varphi = U_{н(1)} I_{к} \cos \varphi,$$

где согласно (1) величина  $U_{н(1)} = \sqrt{2} U_{вх} / \pi$  представляет собой действующее значение первой гармоники выходного напряжения инвертора.



**Рисунок 1.** Схема силовой части несимметричного полумостового резонансного преобразователя (а); временные диаграммы, иллюстрирующие работу преобразователя в установившемся режиме (б)

Диоды VD1, VD4 выходного выпрямителя открываются в момент перехода тока во вторичной обмотке трансформатора через нуль с отрицательного значения на положительное, а диоды VD2, VD3 – в момент перехода тока во вторичной обмотке через нуль с положительного значения на отрицательное. Если не учитывать ток намагничивания трансформатора  $i_{\mu}$ , эти моменты совпадают с моментами перехода через нуль тока  $i_k$  резонансного контура. В реальной схеме отпирание диодов выпрямителя и изменение полярности напряжения на вторичной обмотке  $u_2$  происходят при переходе через нуль тока вторичной обмотки трансформатора, приведенное к первичной обмотке значение которого равно  $i'_2 = i_1 - i_{\mu}$ , где  $i_1 = i_k$  – ток в первичной обмотке трансформатора, совпадающий с током LC-контура  $i_k$ . В свою очередь, изменение тока намагничивания  $i_{\mu}$  связано с напряжением  $u'_2$ .

Напряжение на вторичной обмотке трансформатора  $u_2$  с учётом рисунка 1, б может быть представлено в виде ряда Фурье [5]

$$u_2(t) = \frac{4}{\pi} U_{\text{вых}} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n} \sin(2\pi nft - \psi).$$

Первая гармоника этого напряжения определяется выражением

$$u_{2(1)}(t) = \frac{4}{\pi} U_{\text{вых}} \sin(2\pi ft - \psi), \quad (2)$$

где  $\psi$  – фазовый сдвиг первой гармоники относительно напряжения  $u_{2(1)}(t)$ , выходное напряжение преобразователя  $u_{\text{вых}}$  принимается идеально сглаженным,  $u_{\text{вых}} = U_{\text{вых}} = \text{const}$ .

Полагая ток  $i_2$  синусоидальным и совпадающим по фазе с первой гармоникой напряжения на вторичной обмотке  $u_{2(1)}$ , найдем среднее значение выходного тока, совпадающее со средним значением тока нагрузки  $I_{\text{н.ср}}$ ,

$$I_{\text{вых.ср}} = I_{\text{н.ср}} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \sqrt{2} I_2 \sin 2\pi ft dt = \frac{2\sqrt{2} I_2}{\pi} = \frac{U_{\text{вых}}}{R},$$

где  $I_2$  – действующее значение тока  $i_2$ . Из этого равенства найдем

$$I_2 = \frac{\pi U_{\text{вых}}}{2\sqrt{2}R}. \quad (3)$$

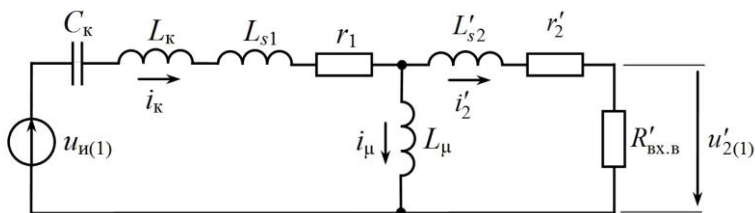


Поскольку напряжение  $u_{2(1)}(t)$  и ток  $i_2(t)$  находятся в фазе, входное сопротивление выходного выпрямителя на частоте переключений с учётом конденсатора  $C_{\text{вых}}$  и сопротивления нагрузки  $R$  является чисто активным. С учётом (2) и (3) найдем это входное сопротивление  $R_{\text{вх.в}} = u_{2(1)}(t)/i_2(t) = 8R/\pi^2$ .

Имеем также очевидное равенство для выходной мощности

$$P_{\text{вых}} = I_2^2 R_{\text{вх.в}} = \left( \frac{\pi U_{\text{вых}}}{2\sqrt{2}R} \right)^2 \frac{8}{\pi^2} R = \frac{U_{\text{вых}}^2}{R}.$$

С учётом изложенного получаем линейную эквивалентную схему преобразователя для первых гармоник токов и напряжений (рисунок 2). Здесь принята Т-образная эквивалентная схема трансформатора, в то время как во многих работах вся индуктивность рассеяния трансформатора  $L_s = L_{s1} + L'_{s2}$  считается сосредоточенной на первичной стороне и не учитываются активные сопротивления обмоток  $r_1$  и  $r'_2$  [2, 3].



**Рисунок 2. Эквивалентная схема преобразователя для первых гармоник токов и напряжений**

Операторное входное сопротивление преобразователя (LC-контур) со стороны выходных зажимов инверторного полумоста

$$Z_{\text{вх.к}}(p) = \frac{1}{C_k p} + L_1 p + r_1 + \frac{L_{\mu} p (L'_{s2} p + r'_2 + R'_{\text{вх.в}})}{(L_{\mu} + L'_{s2}) p + r'_2 + R'_{\text{вх.в}}}, \quad (4)$$

где:  $L_1 = L_k + L_{s1}$  – суммарная индуктивность цепи первичной обмотки.

Передаточная функция схемы на рисунке 2 определяется выражением

$$W_{(1)}(p) = \frac{U'_{2(1)}(p)}{U_{и(1)}(p)} = \frac{p L_{\mu} R'_{\text{вх.в}}}{Z_{\text{вх.к}}(p) [(L_{\mu} + L'_{s2}) p + r'_2 + R'_{\text{вх.в}}]}. \quad (5)$$

Выражение (4) при подстановке  $p = j\omega$  представляется в виде

$$Z_{\text{вх.к}}(j\omega) = \frac{1 - \omega^2 L_1 C_k}{j\omega C_k} + r_1 + \frac{j\omega L_\mu (j\omega L'_{s2} + R'_{\text{вх.б}} + r'_2)}{r'_2 + R'_{\text{вх.б}} + j\omega (L_\mu + L'_{s2})},$$

выделяя действительную  $r_k$  и мнимую  $X_k$  части из которого получаем

$$Z_{\text{вх.к}}(j\omega) = r_k + jX_k, \quad (6)$$

где

$$r_k = r_1 + \frac{\omega^2 L_\mu^2 (R'_{\text{вх.б}} + r'_2)}{(R'_{\text{вх.б}} + r'_2)^2 + \omega^2 (L_\mu + L'_{s2})^2},$$

$$X_k = \frac{\omega^2 L_1 C_k - 1}{\omega C_k} + \frac{\omega^3 L_\mu L'_{s2} (L_\mu + L'_{s2}) + \omega L_\mu (R'_{\text{вх.б}} + r'_2)^2}{(R'_{\text{вх.б}} + r'_2)^2 + \omega^2 (L_\mu + L'_{s2})^2}.$$

Введя относительные параметры

$$\lambda_1 = \frac{L_1}{L_\mu}, \quad \lambda_2 = \frac{L'_{s2}}{L_\mu}, \quad \omega_H = \omega \sqrt{L_1 C_k}, \quad Q = \frac{1}{R'_{\text{вх.б}} + r'_2} \sqrt{\frac{L_1}{C_k}},$$

получим

$$r_k = r_1 + \sqrt{\frac{L_1}{C_k}} \frac{\omega_H^2 Q}{\lambda_1^2 + \omega_H^2 Q^2 (1 + \lambda_2)^2};$$

$$X_k = \sqrt{\frac{L_1}{C_k}} \left\{ \frac{[\lambda_1 + \omega_H^2 Q^2 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} (1 + \lambda_2)] \omega_H}{\lambda_1^2 + \omega_H^2 Q^2 (1 + \lambda_2)^2} + \frac{\omega_H^2 - 1}{\omega_H} \right\}. \quad (7)$$

Найдем нормированную резонансную частоту LC-контура из уравнения  $X_k = 0$ . С учётом (7) можем получить биквадратное уравнение

$$Q^2 (1 + \lambda_2) \left( 1 + \lambda_2 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \omega_H^4 + [\lambda_1 (1 + \lambda_1) - Q^2 (1 + \lambda_2)^2] \omega_H^2 - \lambda_1^2 = 0, \quad (8)$$

откуда следует квадрат нормированной резонансной частоты

$$\omega_{н,р}^2 = \frac{Q^2(1+\lambda_2)^2 - \lambda_1(1+\lambda_1) + \sqrt{[Q^2(1+\lambda_2)^2 - \lambda_1(1+\lambda_1)]^2 + 4Q^2\lambda_1^2(1+\lambda_2)\left(1+\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)}}{2Q^2(1+\lambda_2)\left(1+\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)}. \quad (9)$$

Знание резонансной частоты важно, поскольку она дает границу между ёмкостным и индуктивным режимами LC-контура: ниже резонансной частоты сопротивление  $Z_{вх.к}(j\omega)$  имеет ёмкостной характер, выше – индуктивный.

Решая уравнение (8) относительно  $Q^2$ , найдем условие резонанса в виде

$$Q_p^2 = \frac{\lambda_1^2(1-\omega_n^2) - \lambda_1\omega_n^2}{(1+\lambda_2)\omega_n^2 \left[ \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\omega_n^2 + (1+\lambda_2)(\omega_n^2 - 1) \right]}. \quad (10)$$

Частотная передаточная функция LC-контура получается из (5) при  $p = j\omega$ :

$$W_{(1)}(j\omega) = \frac{j\omega L_\mu R'_{вх.в}}{Z_{вх.к}(j\omega) \left[ j\omega(L_\mu + L'_{s2}) + R'_{вх.в} + r'_2 \right]}.$$

Модуль частотной передаточной функции с учётом (6) принимает вид

$$M = \frac{\omega_n R'_{вх.в} Q}{\sqrt{r_k^2 + X_k^2} \sqrt{\lambda_1^2 + \omega_n^2 Q^2 (1+\lambda_2)^2}}.$$

Отсюда с учётом выражений (7) получим

$$M = \frac{R'_{вх.в}}{(R'_{вх.в} + r'_2) \sqrt{\frac{1}{\omega_n^2} (\bar{r}_1 A + \omega_n^2 Q)^2 + \left[ \lambda_1 + \omega_n^2 Q^2 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} (1+\lambda_2) + \frac{\omega_n^2 - 1}{\omega_n^2} A \right]^2}},$$

где введены обозначения  $\bar{r}_1 = r_1 \sqrt{C_k/L_1}$ ;  $A = \lambda_1^2 + \omega_n^2 Q^2 (1+\lambda_2)^2$ .

Это выражение преобразуется к виду

$$M = \frac{R'_{\text{вх.в}}}{(R'_{\text{вх.в}} + r'_2) \sqrt{\left(1 + \lambda_1 - \frac{\lambda_1}{\omega_{\text{н}}^2}\right)^2 + Q^2 \left[\frac{\omega_{\text{н}}^2 - 1}{\omega_{\text{н}}^2} (1 + \lambda_2) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \omega_{\text{н}}\right]^2} + f(r_1, Q)}, \quad (11)$$

где  $f(r_1, Q)$  – функция, зависящая от  $r_1$  и определяемая выражением

$$f(r_1, Q) = \left[ \lambda_1^2 + \omega_{\text{н}}^2 Q^2 (1 + \lambda_2)^2 \right] \left( \frac{\bar{r}_1}{\omega_{\text{н}}} \right)^2 + 2Q\bar{r}_1.$$

Подставив выражение (10) в равенство (11), после преобразований получим коэффициент передачи при резонансе

$$M_{\text{р}} = \frac{R'_{\text{вх.в}}}{(R'_{\text{вх.в}} + r'_2) \sqrt{1 + \lambda_2 - \frac{\lambda_1}{(1 + \lambda_2)\omega_{\text{н}}^2} + f(r_1, Q)}}, \quad (12)$$

где функция  $f(r_1, Q)$ , оказывающая незначительное влияние, не преобразована.

В статьях [2, 3] используется схема замещения трансформатора, в которой не учитываются активные сопротивления обмоток трансформатора и считается, что вся индуктивность рассеяния сосредоточена в цепи первичной обмотки. При таких допущениях в полученных выражениях необходимо принять  $r_1 = r'_2 = 0$ ,  $L'_{\text{с}2} = 0$ . Тогда получаемые выражения совпадают с известными из [2].

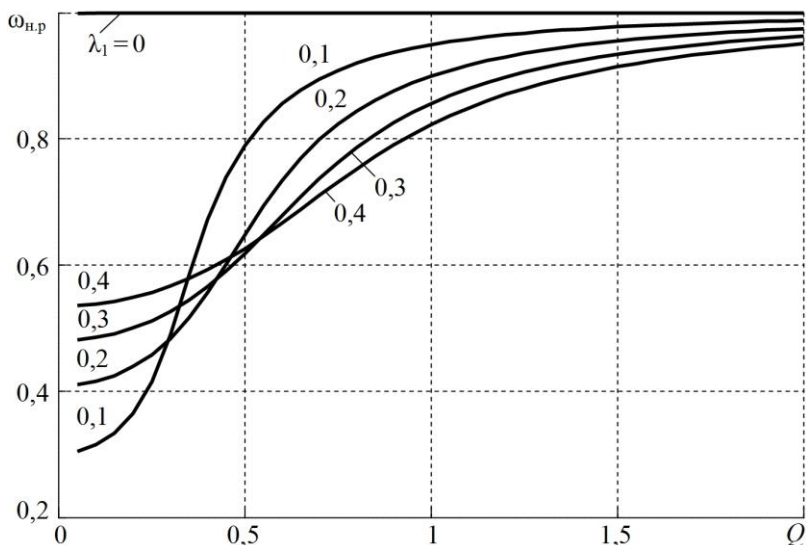
При этом формулы (7) для расчёта действительной и мнимой частей сопротивления  $Z_{\text{вх.к}}(j\omega)$  упрощаются к виду

$$r_{\text{к}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_{\text{к}}}} \frac{\omega_{\text{н}}^2 Q}{\lambda_1^2 + \omega_{\text{н}}^2 Q^2}; \quad X_{\text{к}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_{\text{к}}}} \left( \frac{\lambda_1 \omega_{\text{н}}}{\lambda_1^2 + \omega_{\text{н}}^2 Q^2} + \frac{\omega_{\text{н}}^2 - 1}{\omega_{\text{н}}} \right), \quad (13)$$

формула (9) для расчёта квадрата нормированной резонансной частоты принимает вид

$$\omega_{\text{н.р}}^2 = \frac{Q^2 - \lambda_1 (1 + \lambda_1) + \sqrt{\left[Q^2 - \lambda_1 (1 + \lambda_1)\right]^2 + 4Q^2 \lambda_1^2}}{2Q^2}. \quad (14)$$

На рисунке 3 представлены построенные по формуле (14) зависимости нормированной резонансной частоты контура  $\omega_{н.р}$  от  $Q$  при различных значениях  $\lambda_1$ . Из (14) следует, что при коротком замыкании нагрузки ( $Q \rightarrow \infty$ ) нормированная резонансная частота  $\omega_{н.р} = 1$ .



**Рисунок 3. Кривые для определения нормированной резонансной частоты**

Формула (10) при  $\lambda_2 = 0$  принимает известный из [2] вид

$$Q_p^2 = \frac{\lambda_1}{1 - \omega_{н.р}^2} - \left( \frac{\lambda_1}{\omega_{н.р}} \right)^2.$$

При резонансе сопротивление контура становится чисто вещественным, которое с учётом выражений (13) и (14) принимает вид

$$r_{к.р} = R'_{вх.в} \frac{\omega_{р.н}^2 Q^2}{\lambda_1^2 + \omega_{р.н}^2 Q^2} = \frac{R'_{вх.в} \left\{ Q^2 - \lambda_1(1 + \lambda_1) + \sqrt{[Q^2 - \lambda_1(1 + \lambda_1)]^2 + 4Q^2 \lambda_1^2} \right\}}{2\lambda_1^2 + \left[ Q^2 - \lambda_1(1 + \lambda_1) + \sqrt{(Q^2 - \lambda_1(1 + \lambda_1))^2 + 4Q^2 \lambda_1^2} \right]}.$$

Формула (11) для модуля частотной передаточной функции при  $r_1 = r'_2 = 0$ ,  $L'_2 = 0$  также упрощается:

$$M = |W_{(1)}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \lambda_1 - \frac{\lambda_1}{\omega_n^2}\right)^2 + Q^2 \left(\omega_n - \frac{1}{\omega_n}\right)^2}}. \quad (15)$$

На рисунке 4 представлены зависимости коэффициента передачи  $M = |W_{(1)}(j\omega)|$  от нормированной частоты переключений  $\omega_n$  при различных значениях  $Q$  и постоянном  $\lambda_1 = 0,2$ . Как видно из (15), при  $\omega_n = 1$  имеем  $M = |W_{(1)}(j\omega)| = 1$  независимо от значений  $Q$ . Это значение  $|W_{(1)}(j\omega)|$  соответствует индуктивному характеру сопротивления контура, когда ток  $i_k$  отстает по фазе от напряжения  $u_{н(1)}$ , что является необходимым условием переключений при нулевом значении напряжения на транзисторе (ПНН) [2]. В работе [2] приведены подобные зависимости также при  $\lambda_1 = 0,3; 0,5; 0,9$ , которые показывают влияние параметра  $\lambda_1$  на характер этих зависимостей и могут быть использованы при выборе значения  $\lambda_1$  в ходе проектирования преобразователя. Максимумы этих характеристик находятся в ёмкостной области.

Обратим внимание на то, что коэффициент передачи  $M$  в индуктивной области уменьшается с ростом частоты  $\omega_n$ .

Упрощенная формула для расчёта коэффициента передачи при резонансе получается из (12) подстановкой  $r'_2 = 0$ ,  $\lambda_2 = 0$  и  $f(r_1, Q) \equiv 0$ :

$$M_p = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda_1 - \frac{\lambda_1}{\omega_{н,р}^2}}}.$$

График этой зависимости для  $\lambda_1 = 0,2$  представлен на рисунке 4 штриховой линией. Эта кривая является границей между индуктивным и ёмкостным режимами LC-контура: если точка  $(\omega_n, M)$  располагается правее этой кривой, то входное сопротивление контура является индуктивным, в противном случае – ёмкостным.

Коэффициент передачи при резонансе можно определить также, полагая в общем выражении  $X_k = 0$ ,  $r'_2 = 0$ ,  $L'_2 = 0$ . Тогда получим

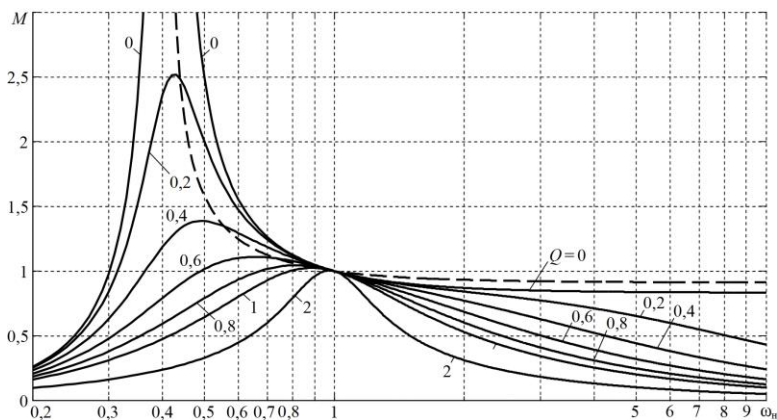
$$M_p = \frac{\omega L_\mu R'_{\text{вх.в}}}{r_k \sqrt{(R'_{\text{вх.в}})^2 + \omega^2 L_\mu^2}} = \frac{\omega_H \sqrt{\frac{L_1}{C_k}}}{r_k \sqrt{\omega_H^2 Q^2 + \lambda_1^2}},$$

откуда с учётом выражения (13) для  $r_k$  найдем

$$M_p = \sqrt{1 + \frac{\lambda_1^2}{\omega_{\text{н.р}}^2 Q^2}},$$

а с учётом выражения (14) –

$$M_p = \sqrt{\frac{2\lambda_1^2}{Q^2 - \lambda_1(1 + \lambda_1) + \sqrt{[Q^2 - \lambda_1(1 + \lambda_1)]^2 + 4Q^2 \lambda_1^2}} + 1}.$$



**Рисунок 4. Регулировочные характеристики преобразователя для  $\lambda_1 = 0,2$**

В состоянии без нагрузки, когда  $R'_{\text{вх.в}} \rightarrow \infty$ ,  $Q \rightarrow 0$ , индуктивность LC-контура равна  $L_1 + L_\mu$ , резонансная частота определяется выражением

$$\omega_{p0} = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_\mu) C_k}} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_k} \sqrt{1 + \frac{1}{\lambda_1}}},$$

а нормированная резонансная частота при холостом ходе

$$\omega_{н,р0} = \sqrt{\frac{\lambda_1}{1 + \lambda_1}}.$$

Модуль частотной передаточной функции для рассматриваемой схемы (рисунок 2) при  $L'_{s2} = 0$ ,  $r'_2 = 0$ ,  $r_1 = 0$ ,  $L_1 = L_k + L'_{s1}$ ,  $R'_{вх.в} \rightarrow \infty$  имеет вид

$$M_0 = \frac{\omega L_\mu}{\omega(L_1 + L_\mu) - \frac{1}{\omega C_k}} = \frac{1}{1 + \lambda_1 - \frac{\lambda_1}{\omega^2_{н}}}, \quad (16)$$

что совпадает с выражением, получаемым из (15) при  $Q = 0$ .

Подстановка  $Q = 0$  в выражение (14) приводит к неопределенности типа  $0/0$ , хотя решение уравнения, получаемое из (14) при подстановке  $\omega_{н} = \omega_{н,р0}$ , дает значение  $Q = 0$  независимо от значения  $\lambda_1$ .

Найдем КПД преобразователя. Активную входную мощность  $P_{вх}$  будем определять как действительную часть комплексной входной мощности

$$\dot{S}_{вх} = \dot{U}_{н(1)} \dot{I}_k^* = P_{вх} + jQ_{вх},$$

где  $\dot{I}_k^*$  – комплексно сопряженная величина для тока  $\dot{I}_k$ , определяемого по формуле

$$\dot{I}_k = \frac{\dot{U}_{н(1)}}{Z_{вх.к}(j\omega)} = \frac{\dot{U}_{н(1)}}{r_k + jX_k}.$$

Величину  $\dot{U}_{н(1)}$  будем полагать чисто вещественной. Тогда сопряженный ток

$$\dot{I}_k^* = \frac{U_{н(1)}}{r_k - jX_k}, \quad \dot{S}_{вх} = \frac{U_{н(1)}^2}{r_k - jX_k}; \quad P_{вх} = U_{н(1)}^2 \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{r_k - jX_k} \right].$$

Выходная мощность и КПД определяются равенствами

$$P_{вых} = \frac{|\dot{U}'_{2(1)}|^2}{R'_{вх.в}} = \frac{M^2 U_{н(1)}^2}{R'_{вх.в}}, \quad \eta = \frac{P_{вых}}{P_{вх}} = \frac{M^2}{R'_{вх.в} \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{r_k - jX_k} \right]} = \frac{M^2 (r_k^2 + X_k^2)}{R'_{вх.в} r_k}.$$



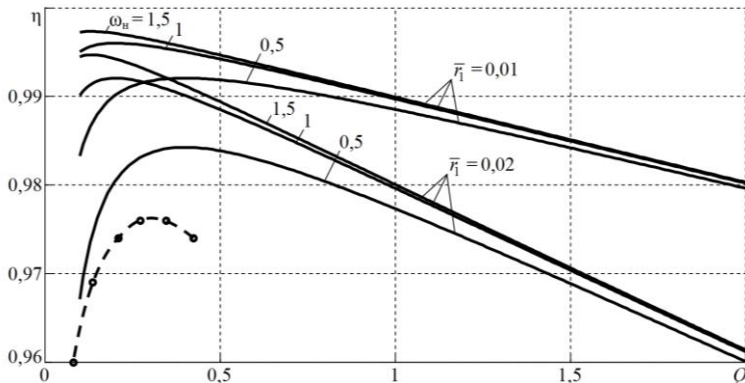
Учитывая выражение

$$M = \frac{\omega_H R'_{\text{вх.в}} Q}{\sqrt{r_k^2 + X_k^2} \sqrt{\lambda_1^2 + \omega_H^2 Q^2 (1 + \lambda_2)^2}},$$

получим расчётное соотношение

$$\eta = \frac{R'_{\text{вх.в}}}{R'_{\text{вх.в}} + r_2'} \frac{\omega_H^2 Q}{\bar{r}_1 [\lambda_1^2 + \omega_H^2 Q^2 (1 + \lambda_2)^2] + \omega_H^2 Q}. \quad (17)$$

На рисунке 5 представлены зависимости, построенные по формуле (17) при  $r_2' = 0$ ,  $\lambda_1 = 0,2$ ,  $\lambda_2 = 0$ , а также экспериментальные точки, взятые из [3].



**Рисунок 5.** Зависимость КПД от «добротности» без учёта потерь в выходном выпрямителе, экспериментальные точки

### Список литературы:

1. Белов Г.А. Высоочастотные тиристорно-транзисторные преобразователи постоянного напряжения. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 120 с.
2. Silvio De Simone. LLC Resonant Half-Bridge Converter Design Guideline. Application Note AN2450. – 2014. – www.st.com.
3. Sam Abdel-Rahman. Resonant LLC Converter: Operation and Design. Application Note AN2012-09. – 2012. – Infineon Technologies North America (ITNA) Corp. – www.infineon.com.
4. Забродин Ю.С. Промышленная электроника. Учеб. для вузов. – М.: Высшая школа, 1982. – 496 с.
5. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Наука, 1967. – 608 с.

## РАЗРАБОТКА КОНСТРУКЦИИ И МАРШРУТА ИЗГОТОВЛЕНИЯ КМОП ИНТЕГРАЛЬНОЙ СХЕМЫ ВОСЬМИРАЗЯДНОГО СТЕКА ПАМЯТИ НА БАЗЕ DV-ТРИГГЕРА

*Недашковский Леонид Владимирович*

*магистрант,  
Национальный исследовательский университет  
«Московский институт электронной техники»,  
РФ, г. Москва*

## DESIGN OF CONSTRUCTION AND MANUFACTURING ROUTE OF CMOS INTEGRATED CIRCUIT OF EIGHT-BIT MEMORY STACK BASED ON DV-FLIP-FLOP

*Leonid Nedashkovskiy*

*master's Degree student of  
National Research University of Electronic Technology,  
Russia, Moscow*

**Аннотация.** В статье представлены основные этапы комплексной разработки цифровой интегральной схемы восьмиразрядного стека памяти на базе DV-триггера на логическом, схемотехническом (транзисторном) и топологическом уровнях. Приведены результаты исследования и разработки технологического маршрута изготовления КМОП-структур, на которых основана схема. Подсчитаны основные характеристики и параметры устройства, а также показаны результаты моделирования. Проведён анализ выбора ширин транзисторов.

**Abstract.** The article presents the main stages of complex design of digital integrated circuit of eight-bit memory stack based on DV-flip-flop at the logical, schematic (transistor) and layout levels. The results of research and design of the technological route for manufacturing CMOS structures on which the scheme is based are presented. The main characteristics and parameters of the device are calculated, and the simulation results are shown. The analysis of transistors widths choice is carried out.

**Ключевые слова:** КМОП, моделирование, Microwind, OrCAD, последовательная логика, схемотехника, TCAD, цифровое

проектирование, цифровые интегральные схемы, электроника, электронная компонентная база.

**Keywords:** CMOS, simulation, Microwind, OrCAD, sequential logic, circuit engineering, TCAD, digital design, digital integrated circuits, electronics, electronic component base.

### **Введение**

Микросхемы памяти в общем объёме выпуска интегральных схем (ИС) занимают около 40 % и играют важнейшую роль во многих системах различного назначения [1].

Существует множество различных типов запоминающих устройств (ЗУ) в зависимости от способа доступа к данным, организации хранения информации. В данной работе рассматривается стековый тип памяти. Это разновидность полупроводниковых ЗУ с последовательным доступом; является частью энергозависимой оперативной памяти. Стек представляет собой одномерный массив ячеек памяти, в котором информация обрабатывается побитно, «поочерёдно». Причём если запись информации идёт в прямом порядке, то считывание – в обратном. Такой способ организации данных называется LIFO (Last In – First Out) – «последним ушёл – первым пришёл».

В универсальных микропроцессорах стек и стековая адресация используются для временного хранения данных, при организации переходов к подпрограммам и возврате из них, а также при обработке прерываний. Стек удобен тем, что нет необходимости хранить адрес каждого бита.

Работа посвящена проектированию восьмиразрядного стека памяти на триггерах по технологии КМОП (комплиментарная структура металл-оксид-полупроводник). Мировое производство полупроводниковых изделий в своей подавляющей части основано на конструктивно-технологическом базисе комплиментарных МОП (КМОП) приборов [2]. Именно по такой технологии изготавливается большинство современных логических микросхем, в том числе процессоров, потому что она обеспечивает высокое быстродействие и наименьшее потребление мощности.

Также в данной работе разрабатывается и исследуется технологический маршрут создания n- и p-канальных МОП-транзисторов в составе КМОП-структуры. Оптимизация технологических процессов изготовления элементов ИС играет важную роль в микроэлектронном производстве, потому что параметры каждого этапа непосредственно влияют на электрические, топологические и функциональные характеристики устройства.

### **Общие сведения о стеке памяти**

По способу доступа к данным ЗУ делятся на адресные, ассоциативные и последовательные. В ЗУ с последовательным доступом записываемые данные образуют некоторую очередь. Считывание происходит из очереди слово за словом либо в порядке записи, либо в обратном порядке. Моделью такого ЗУ является последовательная цепочка запоминающих элементов, в которой данные передаются между соседними элементами [1].

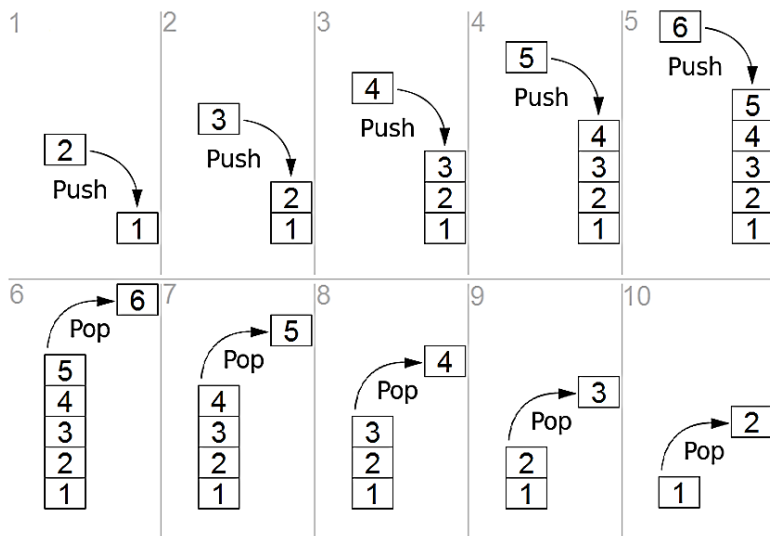
Классический пример ЗУ последовательного типа – это регистры [3]. Прямой порядок считывания имеет место в буферах FIFO с дисциплиной «первый пришёл – первый вышел» (First In – First Out), а также в файловых и циклических ЗУ. Считывание в обратном порядке свойственно стековым ЗУ, для которых реализуется дисциплина «последний пришёл – первый вышел». Такие ЗУ называют буферами LIFO [1]. Также представителем данного вида памяти является видеопамять.

Использование принципа доступа к памяти на основе механизма LIFO началось с больших ЭВМ. Применение стековой памяти оказалось очень эффективным при построении компилирующих и интерпретирующих программ, при вычислении арифметических выражений с использованием польской инверсной записи. В малых ЭВМ она стала широко использоваться в связи с удобствами реализации процедур вызова подпрограмм и при обработке прерываний [4].

Стек LIFO по порядку записи-считывания подобен стопке тарелок – для использования снимается верхняя, т. е. последняя положенная, затем вторая и т. д. Интересно отметить, что сам термин «стек» (stack) произошёл именно от обозначения такой стопки [3]. В 1946 Алан Тьюринг ввёл понятие стека. А в 1957 году немцы Клаус Самельсон и Фридрих Л. Бауэр запатентовали идею Тьюринга.

Стек имеет дно и верхушку, направление возрастания номеров ячеек в нём может быть различным (обычный и перевёрнутый стеки). Операции со стеком – PUSH (запись слова) и POP (считывание слова) [3]. Принцип работы стека изображён на рисунке 1.

Наиболее распространённым в настоящее время и, возможно, лучшим вариантом организации стека в ЭВМ является использование области памяти [4]. При этом данные в стеке не сдвигаются: каждый бит записывается в свою отдельную ячейку памяти. В данной работе разрабатывается именно этот тип стека.



**Рисунок 1. Организация стека в виде одномерного упорядоченного по адресам массива. Показаны операции вталкивания и выталкивания данных из стека операциями *push* и *pop***

Аппаратно такой стек реализуется в оперативных ЗУ (ОЗУ), где для него выделяется определённая область. Указатель стека SP (Stack Pointer) содержит адрес последней занятой ячейки.

### Описание логики устройства

На этапе логического проектирования приводятся описание элементов, входящих в состав его структуры, на вентиляльном уровне, а также результаты моделирования элементов в программе PSpice Schematics, входящей в состав САПР OrCAD 16.5.

Схематичное устройство восьмиразрядного стека LIFO, использующего выделенную область памяти, представлено на рисунке 2.

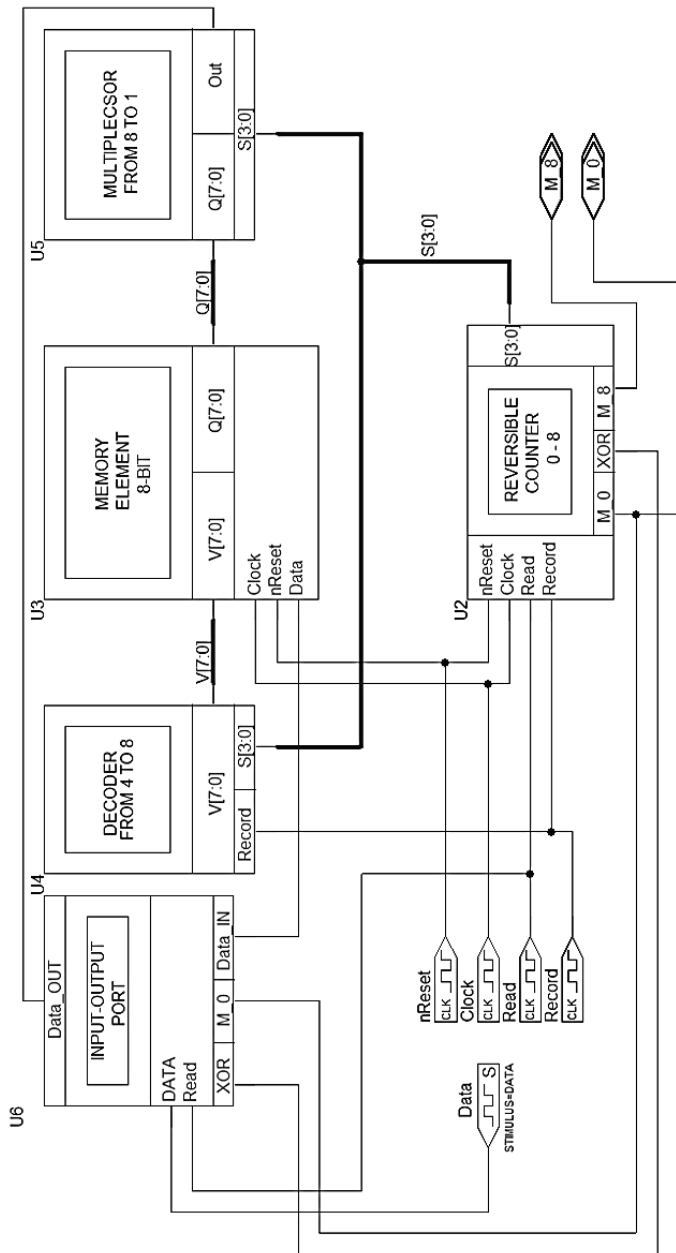


Рисунок 2. Состав восьмиразрядного стека памяти

Основу данного стека составляют пять функциональных блоков:

- 1) блок, обеспечивающий двунаправленность порта данных INPUT-OUTPUT PORT;
- 2) нециклический реверсивный счётчик от 0 до 8 REVERSIBLE COUNTER 0-8;
- 3) дешифратор из 4 в 8 DECODER FROM 4 TO 8;
- 4) восьмиразрядный элемент памяти MEMORY ELEMENT 8-BIT;
- 5) мультиплексор из 8 в 1 MULTIPLEXOR FROM 8 TO 1.

Устройство может работать в одном из трёх режимов: запись (PUSH), считывание (POP) и хранение. Режим задаётся комбинацией двух сигналов: Record и Read (таблица 1).

*Таблица 1.*

### Режимы работы стека памяти

Record	Read	Режим
0	0	Хранение
0	1	Считывание
1	0	Запись
1	1	Хранение

В режиме записи данные Data поступают через двунаправленный порт в элемент памяти и записываются в определённую ячейку (триггер), согласно указателю старшей свободной ячейки. В режиме хранения данные в ячейке памяти и указатель не меняются. В режиме считывания данные побитно поступают на двунаправленный порт.

Указатель S[3:0] представляет собой четырёхразрядное число, формируемое счётчиком. Если значение указателя «0», стек пуст, считывать нечего, «включается» флаг пустоты M<sub>0</sub>. При значении указателя «8» активизируется флаг переполнения M<sub>8</sub>, указывающий на то, что записывать информацию некуда. В таких случаях стек переходит в режим хранения информации.

Во время записи дешифратор посылает сигнал разрешения переключения V[7:0] на ячейку памяти, согласно значению указателя S[3:0]. Так обеспечивается поочерёдная запись данных. Во время считывания мультиплексор подаёт на выход информацию с той ячейки, на которую направляет всё тот же указатель. Стоит отметить, что при считывании информация в элементе памяти не стирается, а сохраняется до тех пор, пока не произойдёт запись новой информации или полный сбор стека сигналом Reset.

Элемент памяти и счётчик построены на синхронных DV-триггерах типа «Master-Slave», причём в схемотехническом и топологическом проектировании они заменяются двухтактными триггерами на проходных

ключах (ПК) [5] в целях уменьшения максимального логического пути и площади на топологии.

Восьмиразрядный элемент памяти представляет собой совокупность восьми DV-триггеров, не связанных друг с другом. Ко входам данных всех триггеров подключена общая шина данных, информация с которой записывается в тот триггер, для которого разрешающий сигнал  $V = 1$ .

Значение указателя формируется в нециклическом реверсивном счётчике от 0 до 8. Все возможные значения указателя в разных ситуациях представлены в таблице 2.

**Таблица 2.**

**Адресуемые указателем ячейки**

Знач. ук.	0 (0000)	1 (0001)	2 (0010)	3 (0011)	4 (0100)	5 (0101)	6 (0110)	7 (0111)	8 (1000)
Режим									
Запись	1	2	3	4	5	6	7	8	–
Чтение	–	1	2	3	4	5	6	7	8

Реверсивность обеспечивают сигналы Record и Read.

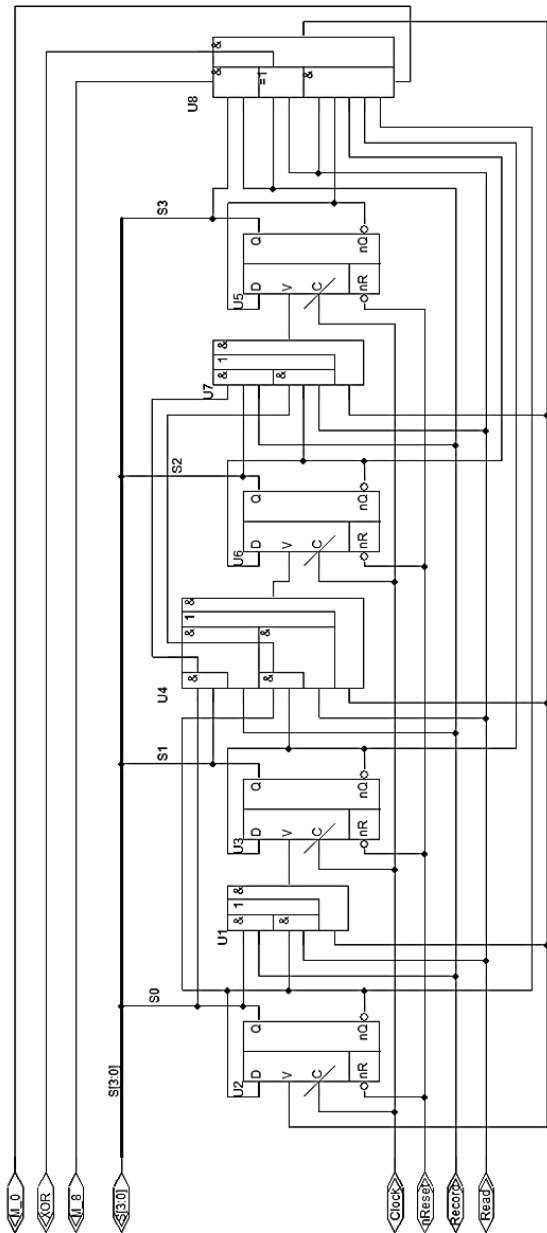
Логическая схема счётчика и результаты его моделирования показаны на рисунке 3.

Результаты выборочного моделирования восьмиразрядного стека памяти представлены на рисунке 4. Из него видно, что в предварительно сброшенный (обнулённый) стек записывается число  $10111011_2$ , хранится и затем считывается в порядке, обратном тому порядку, в котором записывалось это число.

Максимальный путь, равный 13 вентилям, проходит синхросигнал (через Slave-ячейку триггера, мультиплексор и порт обеспечения двунаправленности).

Максимальный коэффициент разветвления, равный 8, наблюдается, например, в дешифраторе на выходе инвертированного сигнала S3.





a

Рисунок 3. Нециклический реверсивный счётчик: а – структура

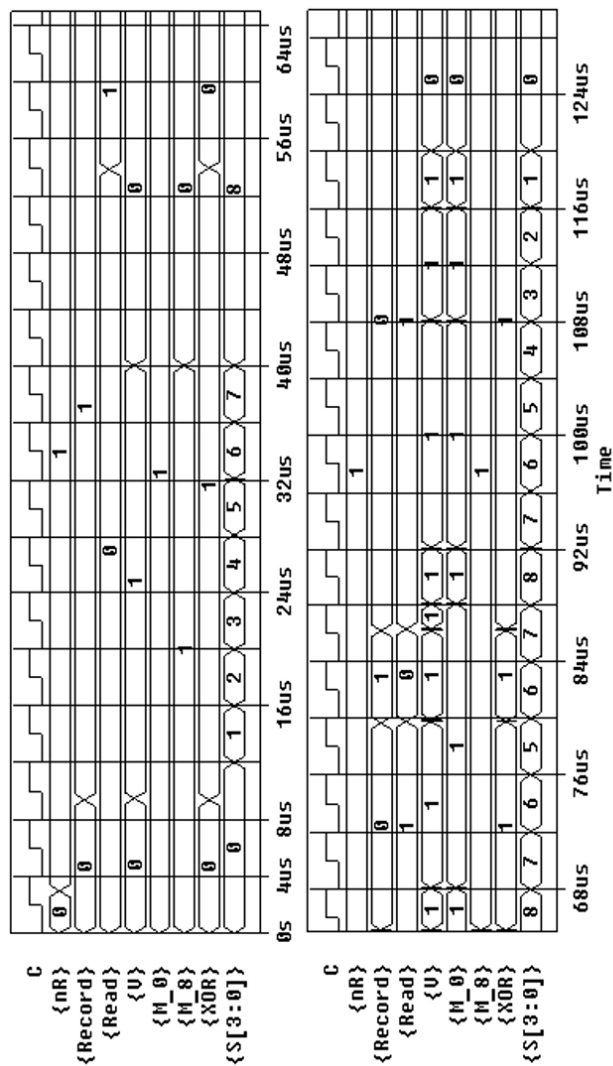
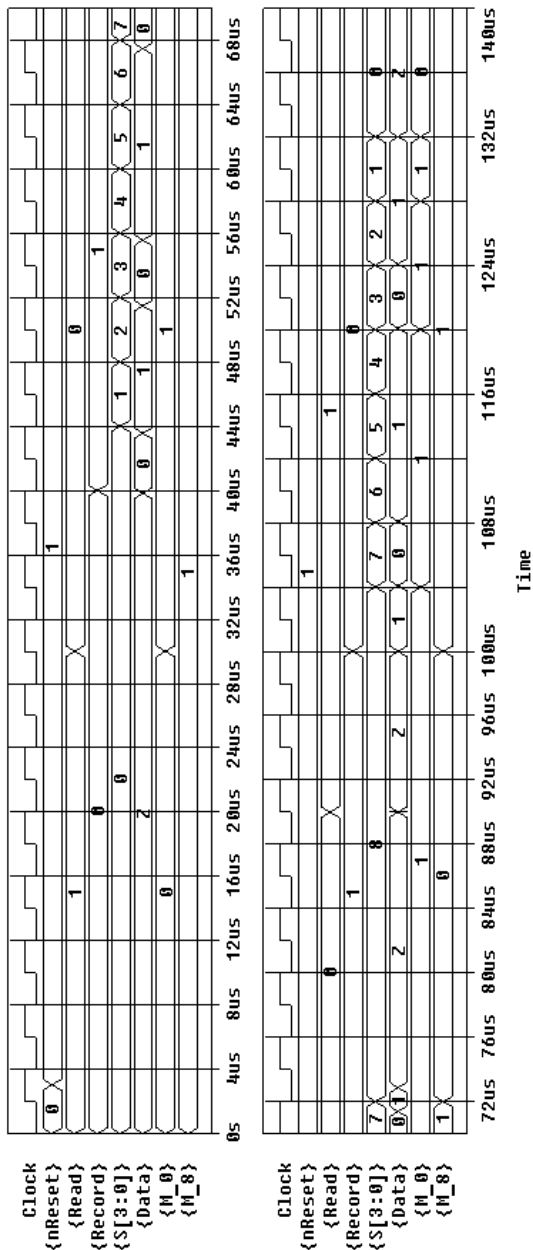


Рисунок 3. Нециклический реверсивный счётчик: б – результаты моделирования



**Рисунок 4. Результаты выборочного моделирования восьмизрядного стека памяти: записывается, хранится и считывается число 10111011<sub>2</sub>**

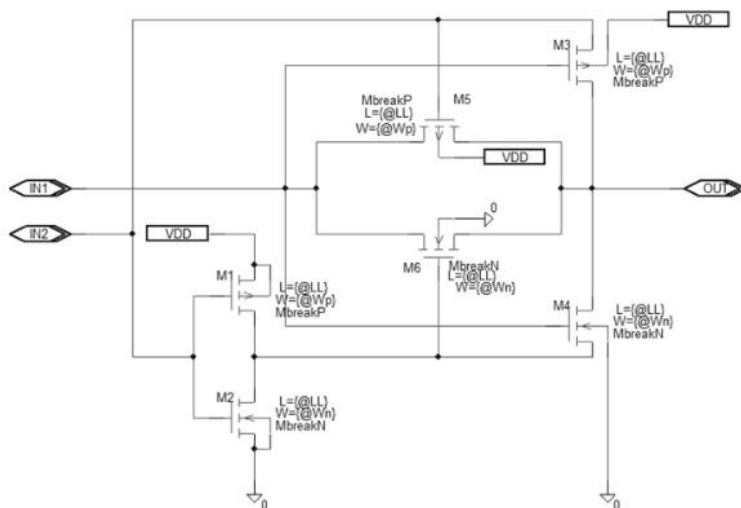
## Схмотехническое проектирование

На этапе схмотехнического проектирования разрабатывается общая для всего проекта символьная библиотека необходимых логических вентилей на уровне транзисторов, подбираются необходимые параметры транзисторов, определяются частотные характеристики устройства, а также проводится полное схмотехническое моделирование всего устройства в программе PSpice Schematics. Также определяются минимальное напряжение питания и максимальная нагрузочная ёмкость, при которых характеристики устройства не выходят за рамки технических требований.

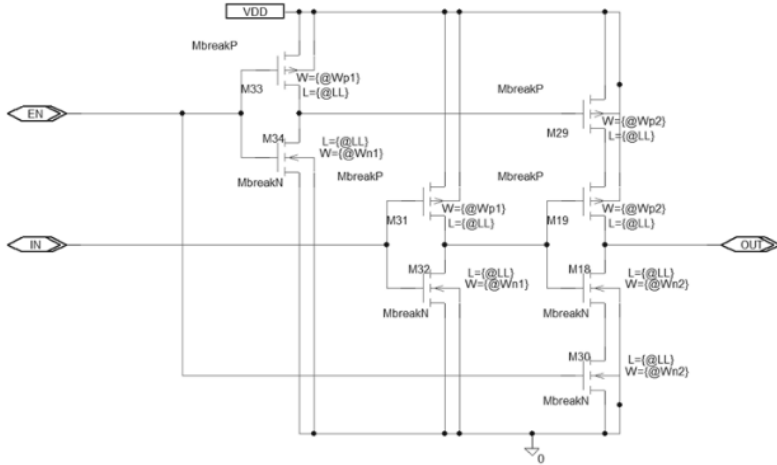
Устройство построено на шести элементах: НЕ, 2И-НЕ, 3И-НЕ, XOR на проходных ключах (ПК), DV-триггер на ПК и буфер с третьим состоянием. Буфер обеспечивает заданное быстродействие при работе на большую выходную нагрузочную ёмкость микросхемы и ставится на каждый выход схемы.

НЕ, 2И-НЕ, 3И-НЕ представляют собой известные базовые КМОП-схемы.

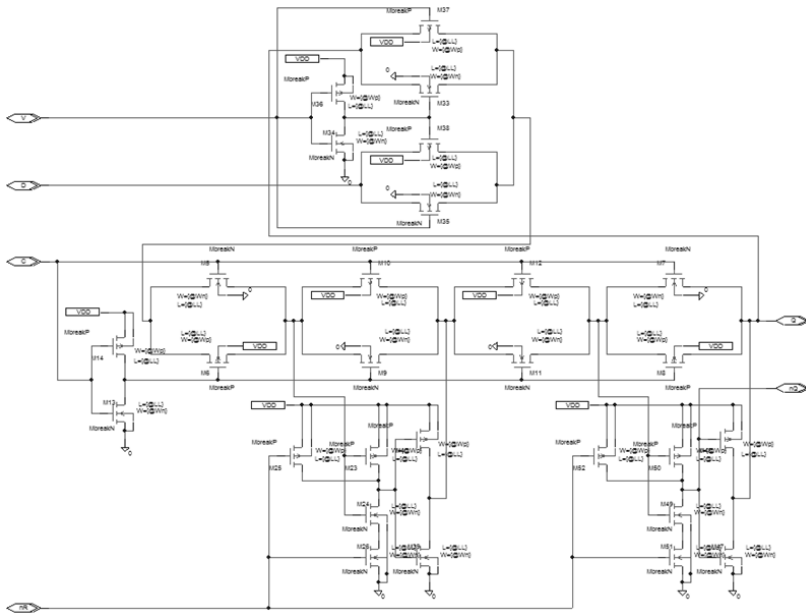
Схемы XOR и DV-триггера с использованием ПК, а также схема буфера с третьим состоянием представлены на рисунке 5.



a



б



в

Рисунок 5. Электрические схемы XOR (а), буфера с третьим состоянием (б), DV-триггера (в)

Ширина n-МОП-транзистора принимается минимально допустимой, а ширина p-МОП-транзистора вычисляется из условия равенства удельных крутизн и с учётом типа соединения транзисторов. Если не выравнять крутизны, помехозащищённость логических уровней становится разной, потому что смещается точка переключения передаточной характеристики.

Условие возможности использования элемента с невыравненными крутизнами (1):

$$V_{ПЗ} > \frac{V_{dd}}{4}; V_{ПЗ} = \min(V_{ПЗ}^0; V_{ПЗ}^1) \quad (1)$$

Передаточные характеристики элемента ЗИ-НЕ представлены на рисунке 6. Результаты моделирования при разных ширинах p-МОП-транзистора в разных случаях представлены в таблице 3.

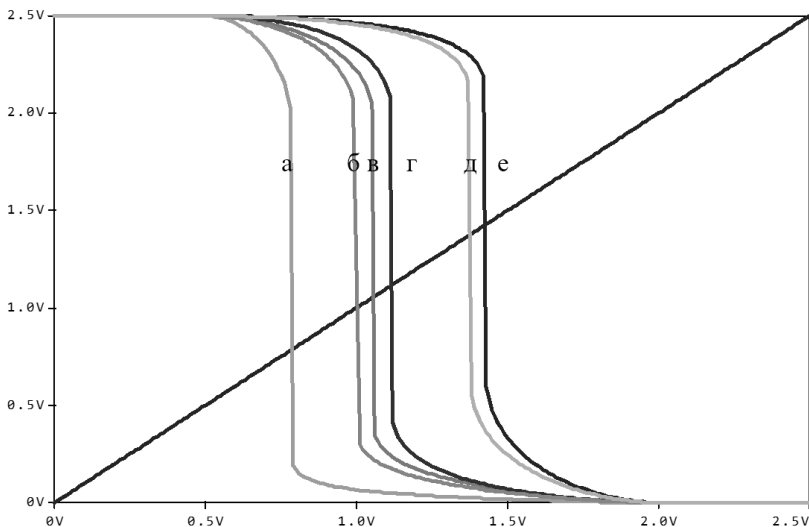


Рисунок 6. Передаточные характеристики элемента ЗИ-НЕ

Случаи в, а, б соответствуют включению по наихудшему случаю по крутизне (открыт только один транзистор одного типа), а случаи е, г, д – по наилучшему случаю (открыты все транзисторы).

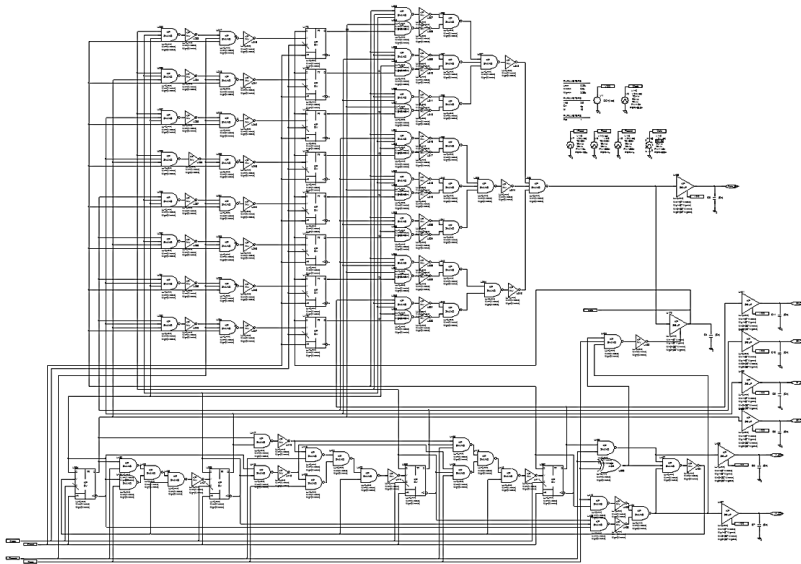
Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что любая ширина p-МДПТ из вышеперечисленных допустима. Поэтому в дальнейшем ширины всех транзисторов всех элементов берутся равными минимально возможной.

Таблица 3.

**Характеристики элемента 3И-НЕ с разными ширинами  
р-МОП-транзистора в наилучшем и наихудшем случаях**

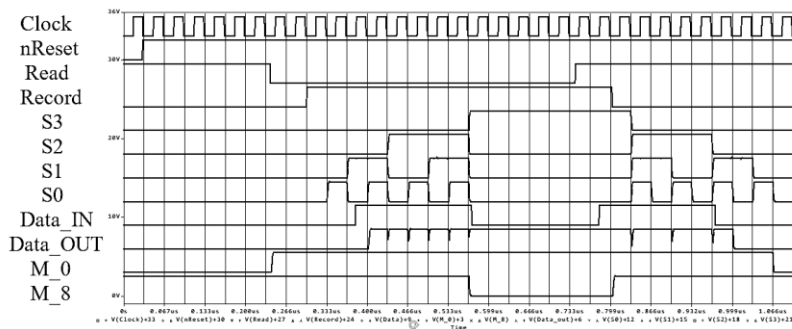
Кривая на рисунке 6	в	е	а	г	б	д
$W_n$	$3W_{n \min}$	$3W_{n \min}$	$3W_{n \min}$	$3W_{n \min}$	$W_{n \min}$	$W_{n \min}$
$W_p$	$W_{p \min}$	$W_{p \min}$	$W_{n \min}$	$W_{n \min}$	$W_{n \min}$	$W_{n \min}$
$V_{ПЗ}$	1,05	1,07	0,79	1,12	1,00	1,12
$V_{ПЗ} > 0,625$	+	+	+	+	+	+

Схема устройства на библиотечных вентилях представлена на рисунке 7.



**Рисунок 7. Общая электрическая схема устройства  
на библиотечных элементах**

На рисунке 8 приведены результаты схемотехнического моделирования устройства, изображённого на рисунке 7. Эти результаты полностью идентичны результатам, полученным на этапе логического моделирования. Это свидетельствует о том, что устройство собрано правильно и работает корректно.



**Рисунок 8. Результаты моделирования устройства  
в схемотехническом проектировании: записывается,  
хранится и считывается число 11111100<sub>2</sub>**

Основные результаты схемотехнического проектирования:

- длина транзисторов: 0,25 мкм;
- ширина транзисторов: 0,6 мкм;
- предельная частота работы устройства: 800 МГц;
- максимальная рабочая частота устройства: 118 МГц;
- максимальная нагрузочная способность инвертора: 31;
- средняя потребляемая мощность: 0,8 мВт;
- времена фронта и среза: 2 нс;
- общее количество транзисторов: 774.

### Топологическое проектирование

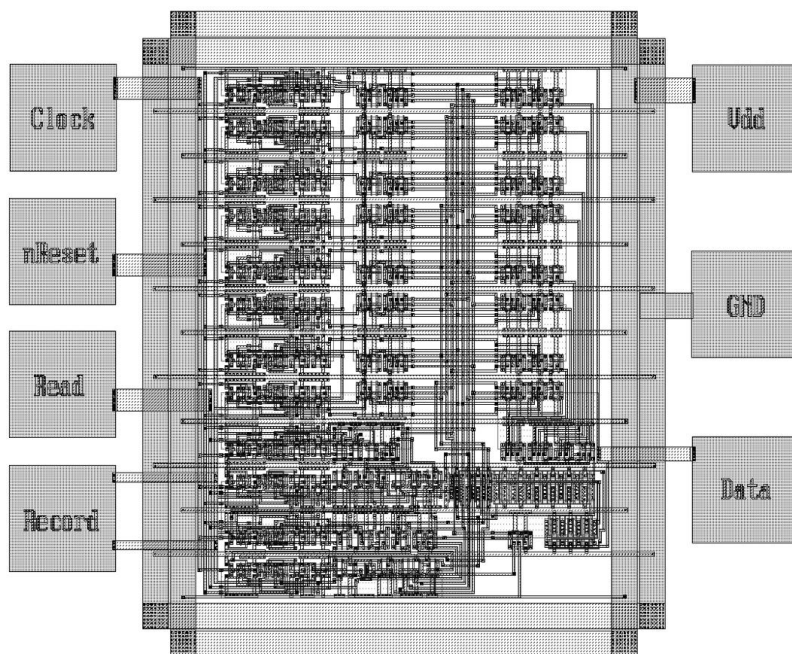
Топологическое описание интегральной микросхемы, или топология микросхемы – это двумерное многослойное изображение, включающее топологическое описание каждого маскирующего слоя, используемого в данном технологическом маршруте [6]. Проще говоря, это вид сверху на микросхему. По-другому, топология – набор масок для производства фотшаблонов, которые в свою очередь применяются в процессах фотолитографии при производстве интегральной схемы.

На этапе топологического проектирования создаётся библиотека топологических ячеек, из которых собирается топология полного устройства. Полученная топология моделируется с учётом паразитных элементов. Работа проводится в топологическом редакторе Microwind2.

Топология полностью собранного устройства представлена на рисунке 9. Она полностью соответствует требованиям правил проектирования DRC и соответствует электрической схеме. К выходам подключены буферные элементы и нагрузочные ёмкости.



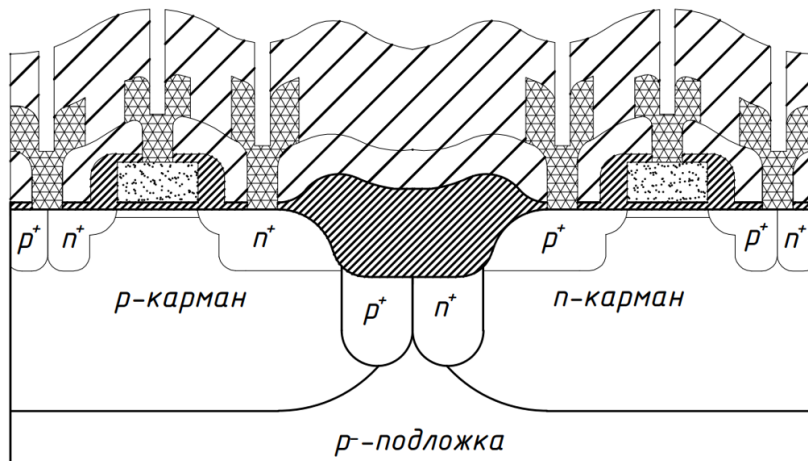
Топология собрана для технологического КМОП-процесса CMOS-0.25 $\mu$ m. Площадь, занимаемая на кристалле: 222 $\times$ 182 мкм<sup>2</sup> = 0,04 мм<sup>2</sup>. Разводка выполнена первым и вторым слоями металлизации.



**Рисунок 9. Топология полного устройства**

### **Технологический маршрут изготовления КМОП-структуры**

Технологический маршрут изготовления КМОП-структуры (рисунок 10) представляет собой последовательность технологических операций, необходимых для формирования интегральных n- и p-канальных транзисторов, области изоляции и металлизации.



**Рисунок 10. Эскиз поперечного сечения КМОП-структуры после формирования металлизации, изолирующего слоя и вскрытия контактных окон (финальные стадии)**

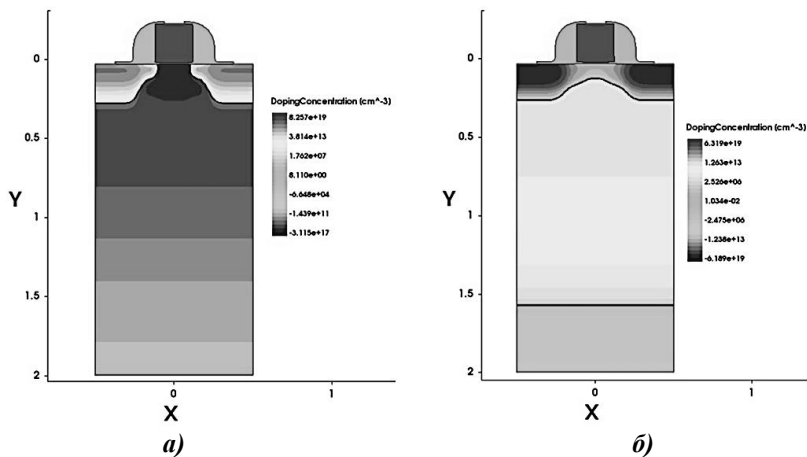
Полный маршрут создания КМОП-структуры с  $n^+$ -затвором,  $n$ - и  $p$ -карманами и изоляцией LOCOS (локальное окисление кремния) со всеми необходимыми операциями и их режимами составляет около 80 операций. Весь маршрут условно разделяется на 5 этапов. При помощи программы Sentaurus Process, входящей в состав системы приборно-технологического моделирования Synopsys TCAD, проведено моделирование основных технологических операций при вариации определённых конструктивно-технологических параметров. Таким образом, определены примерные режимы для технологических операций (таблица 4).

Таблица 4.

**Отдельные технологические маршруты формирования n-  
и p-MOP-транзисторов в составе КМОП-структуры  
с LOCOS-изоляцией и двумя n<sup>+</sup>-Si\* затворами**

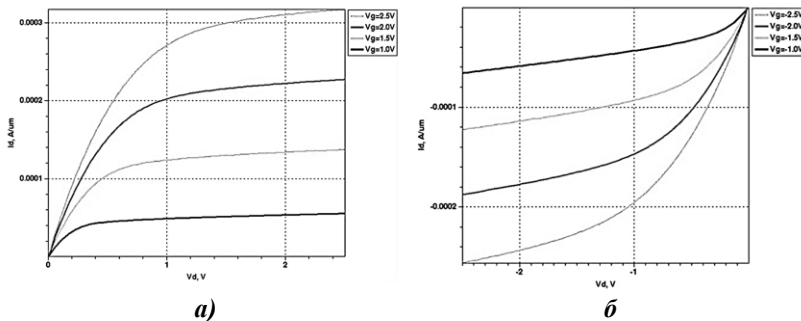
	<b>n-MOP-транзистор</b>	<b>p-MOP-транзистор</b>
1 Карман ( <i>WELL</i> )	Окисление: 1000 °С, 30 мин, среда – O <sub>2</sub>	
	Легирование p-кармана: И.и.: В, E = 10 кэВ, D = 1 · 10 <sup>13</sup> см <sup>-2</sup>	Легирование n-кармана: И.и.: Р, E = 30 кэВ, D = 9 · 10 <sup>12</sup> см <sup>-2</sup>
	Отжиг (разгонка) карманов: диффузия 1100 °С, 125 мин, нейтральная среда – N <sub>2</sub> Полное удаление SiO <sub>2</sub>	
	Охранные области: Окисление: 1000 °С, 15 мин, среда – O <sub>2</sub> , d = 20 нм Осаждение Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> , d = 150 нм Травление Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	
	Ионная имплантация (и.и.): В, E = 40 кэВ, D = 7 · 10 <sup>13</sup> см <sup>-2</sup> И.и.: Р, E = 120 кэВ, D = 10 <sup>15</sup> см <sup>-2</sup>	
	Отжиг (разгонка) охранных областей: диффузия 1000 °С, 60 мин, нейтральная среда – N <sub>2</sub> Полное удаление SiO <sub>2</sub> Создание LOCOS-изоляции: Окисление под Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> : 900 °С, 50 мин, среда – пары H <sub>2</sub> O, давление 10 атм. Травление SiO <sub>2</sub> , Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	
2 Канал ( <i>KANAL</i> )	Подгонка порогового напряжения: Окисление: 1000 °С, 15 мин, среда – O <sub>2</sub> , d = 20 нм	
	И.и.: В, E = 20 кэВ, D = 5 · 10 <sup>12</sup> см <sup>-2</sup>	И.и.: BF <sub>2</sub> , E = 10 кэВ, D = 5 · 10 <sup>13</sup> см <sup>-2</sup>
	Полное удаление SiO <sub>2</sub>	
3 Оксид, затворы ( <i>GOX</i> )	Подзатворное окисление: 900 °С, 14 мин, среда – O <sub>2</sub> , d = 7 нм	
	Осаждение n <sup>+</sup> -Si*, 600 °С, d = 0,3 мкм	
	Анизотропное травление поликремния на всю толщину до оксида (после фотолитографии «Затворы»)	
4 LDD-области ( <i>LDD</i> )	Окисление: 900 °С, 14 мин, среда – пары O <sub>2</sub> , d = 7 нм	
	И.и.: As, E = 70 кэВ, D = 1 · 10 <sup>13</sup> см <sup>-2</sup>	И.и.: BF <sub>2</sub> , E = 40 кэВ, D = 1 · 10 <sup>13</sup> см <sup>-2</sup>
	Создание оксидных спейсеров: Окисление: 900 °С, 14 мин, среда – пары O <sub>2</sub> , d = 7 нм Конформное осаждение SiO <sub>2</sub> : 650 °С, d = 0,125 нм Анизотропное травление SiO <sub>2</sub>	
5 Стоки-истоки ( <i>SD</i> )	Легирование n <sup>+</sup> -SD И.и.: Р, E = 50 кэВ, D = 1 · 10 <sup>14</sup> см <sup>-2</sup>	Легирование p <sup>+</sup> -SD И.и.: BF <sub>2</sub> , E = 90 кэВ, D = 7 · 10 <sup>14</sup> см <sup>-2</sup>
	Отжиг: 950 °С, 6 мин, среда – N <sub>2</sub>	

Полные двумерные модели МОП-транзисторов представлены на рисунке 11.



**Рисунок 11. Результирующее распределение примеси (NetActive) в двумерных моделях n-МОП-транзистора (а) и р-МОП-транзистора (б)**

Семейства выходных ВАХ таких транзисторов представлены на рисунке 12.



**Рисунок 12. Семейства выходных ВАХ n-МОП-транзистора (а) и р-МОП-транзистора (б)**

### Заключение

Разработанное устройство удовлетворяет всем необходимым требованиям. С логической точки зрения данный прибор является универсальным, с топологической – законченным. Это значит, что его можно использовать как элемент более сложных микропроцессорных устройств. Основные принципы, изложенные в работе, могут быть полезны при проектировании элементов памяти и для понимания основ последовательной логики. Приведённая информация демонстрирует тесную взаимосвязь между проектированием и технологией изделий электронной техники.

### Список литературы:

1. Угрюмов Е.П. Цифровая схемотехника: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 800 с.
2. Красников Г.Я. Конструктивно-технологические особенности субмикронных МОП-транзисторов – М.: Техносфера, 2011. – 800 с.
3. Шишина Л.Ю. Основные устройства цифровой микросхемотехники. Ч. 2: учеб. пособие. – М.: МИЭТ, 2013. – 84 с.
4. Ершова Н.Ю. Микропроцессоры: учебное пособие, электронная версия. – Н.Ю. Ершова, О.Н. Ивашенков, С.Ю. Курсков – Петрозаводск: Петрозаводский государственный университет, 2013. – 110 с.
5. Ракитин В.В. Интегральные схемы на КМОП-транзисторах: Учебное пособие – М., 2007, – 307 с.
6. Артамонова Е.А., Красюков А.Ю., Крупкина Т.Ю., Швец А.В. Лабораторный практикум по курсу «Компьютерное моделирование интегральных приборов» / под редакцией Т.Ю. Крупкиной. – М.: МИЭТ, 2007. – 108 с.

**РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ СОСТАВЛЕНИЯ  
МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЗАКОНОВ  
КОММУТАЦИИ ТРАНЗИСТОРНЫХ КЛЮЧЕЙ  
МОСТОВОЙ СХЕМЫ ВЕНТИЛЬНОГО  
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ**

***Охоткин Григорий Петрович***

*д-р техн. наук, доцент,  
ФГБОУ ВО «Чуваши́й государственный университет  
им. И.Н. Ульянова»,  
РФ, г. Чебоксары*

***Белов Геннадий Александрович***

*д-р техн. наук, профессор,  
ФГБОУ ВО «Чуваши́й государственный университет  
им. И.Н. Ульянова»,  
РФ, г. Чебоксары*

***Угарин Станислав Валентинович***

*ассистент,  
ФГБОУ ВО «Чуваши́й государственный университет  
им. И.Н. Ульянова»,  
РФ, г. Чебоксары*

**DEVELOPMENT OF A METHODOLOGY FOR COMPILING  
MATHEMATICAL MODELS OF THE SWITCHING LAWS  
OF TRANSISTOR KEYS OF A BRIDGE CONVERTER**

***Grigory Ohotkin***

*doctor of Technical Sciences, assistant professor,  
Chuvash State University,  
Russia, Cheboksary*

***Gennady Belov***

*doctor of Technical Sciences, professor,  
Chuvash State University,  
Russia, Cheboksary*

***Stanislav Ugarin***

*assistant, Chuvash State University,  
Russia, Cheboksary*

**Аннотация.** В работе разработана методика составления математических моделей законов коммутации транзисторных ключей мостовой схемы вентильного преобразователя на основе теории автоматов. Математические модели составлены с использованием двух автоматных языков: таблицы переходов и выходов и графы переходов. Граф автомата позволяет наглядно представить все переходы автомата из одного внутреннего состояния в другое, поэтому удобен для анализа алгоритмов, а таблицы переходов и выходов – для синтеза системы управления вентильным преобразователем.

**Abstract.** In the work the technique of compilation of mathematical models of switching laws of transistor keys of the bridge circuit of the gate converter is developed on the basis of the theory of automata. Mathematical models are compiled using two automaton languages: transition and output tables and transition graphs. The graph of the automaton allows you to visually represent all the transitions of the machine from one internal state to another, so it is convenient for analyzing the algorithms, and the transition and output tables for the synthesis of the control system of the gate converter.

**Ключевые слова:** вентильный преобразователь; законы коммутации транзисторных ключей; мостовая схема; регулируемый электропривод; синтез динамических систем.

**Keywords:** valve converter; switching laws of transistor switches; bridge circuit; adjustable electric drive; synthesis of dynamic systems.

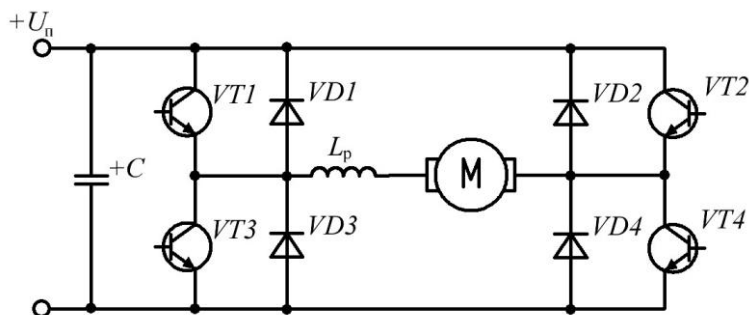
Благодаря высокому быстродействию и низким массогабаритным показателям автоматизированный электропривод находит широкое применение в робототехнике и станкостроении. Регулируемые электроприводы (РЭП) с высокими динамическими показателями строятся на полупроводниковых преобразователях электроэнергии, силовая схема которых выполнена на транзисторах, а схема управления – по системе подчиненного регулирования координат с внутренним контуром тока и внешним контуром скорости. Дискретность и нелинейность силовой схемы полупроводниковых преобразователей электроэнергии наиболее ярко проявляются в контуре тока, представляющего собой систему автоматического регулирования (САР) тока. Динамические показатели электропривода определяются динамическими свойствами САР тока, поэтому синтез САР тока на предельное быстродействие является актуальной задачей при проектировании высокодинамичных РЭП.

Разработаны различные структуры системы управления САР тока. На практике наибольшее распространение получили структуры

с управлением по отклонению, с управлением по отклонению и с положительной связью по падению напряжения на элементах нагрузки и комбинированные системы управления. Анализ точности вышеописанных структур выполнен в работе [1]. Регулирование напряжения на выходе полупроводниковых преобразователей электроэнергии осуществляется путем изменения длительности открытого состояния транзисторных ключей. При этом наибольшее распространение получили методы регулирования с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ), частотно-широтно-импульсной модуляцией (ЧШИМ) и релейное регулирование.

Благодаря простоте и надежности релейные способы регулирования получили широкое распространение. Структурная схема релейной САР тока с принципом управления по отклонению состоит из релейного регулятора тока (РРТ), логического устройства (ЛУ), силовой схемы полупроводникового преобразователя электроэнергии, якорной или статорной цепи электродвигателя и датчика тока (ДТ).

При построении высококачественного реверсивного электропривода постоянного тока получила широкое распространение силовая схема полупроводникового преобразователя электроэнергии, выполненная на четырех транзисторах  $VT1 - VT4$  с обратными диодами  $VD1 - VD4$  по так называемой мостовой схеме, изображенная на рис. 1. Схему, выполненную на четырех транзисторах с обратными диодами, обозначим как вентильный преобразователь (ВП).



**Рисунок 1. Мостовая схема вентильного преобразователя**

Известно множество различных законов коммутации транзисторных ключей мостовой схемы вентильного преобразователя [2]. В работе [3] установлены наиболее эффективные законы коммутации ключей, применяемые на практике.



Проектирование быстродействующих систем силовой электроники является сложной задачей, состоящей из нескольких этапов. Одним из начальных и важных является этап разработки математических моделей законов коммутации ключей ВП. Математическая модель законов коммутации ключей ВП позволяет на последующих этапах осуществить структурный синтез релейного регулятора тока и логического устройства, формирующего импульсы управления транзисторами моста. Разработка математических моделей законов коммутации ключей ВП в доступной литературе освещены недостаточно полно, поэтому данная задача является актуальной.

Целью данной работы является разработка методики составления математических моделей законов коммутации ключей ВП, удобной для проектирования оптимальной системы управления вентильным преобразователем.

Коммутация транзисторных ключей ВП происходит дискретно. Поэтому алгоритм коммутации ключей ВП может быть представлен как конечный автомат. Особенностью такого представления является то, что при этом в явном виде удается описать входные, внутренние и выходные состояния, а также изменения этих состояний в процессе функционирования автомата. Для этого существуют различные языки описания автоматов. Наиболее удобными языками являются стандартные автоматные языки, позволяющие в явном виде задать функции переходов и выходов. В связи с этим для математического описания законов коммутации ключей ВП будем использовать два автоматных языка: таблицы переходов и выходов, графы переходов.

Чтобы задать автомат необходимо описать его внутренние состояния, состояния входов и выходов, а также функции переходов и выходов. Введя векторы входа  $\mathbf{V}$ , состояния автомата  $\mathbf{X}$  и выхода  $\mathbf{U}$ , и представив через эти векторы функцию переходов  $\delta: \mathbf{X} \times \mathbf{V} \rightarrow \mathbf{X}$  и функцию выходов  $h: \mathbf{X} \times \mathbf{V} \rightarrow \mathbf{U}$  можно математическую модель автомата представить отображениями:

$$D_{\delta} \subseteq \mathbf{X} \times \mathbf{V} \text{ в } \mathbf{X}, D_h \subseteq \mathbf{X} \times \mathbf{V} \text{ на } \mathbf{U}. \quad (1)$$

Абстрактный автомат (1) представляет собой шестикомпонентный кортеж, или вектор,  $\mathbf{S} = (\mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{U}, \delta, h, x_1)$ . Компоненты векторов  $\mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{U}$  конечны и поэтому автомат называется конечным. Автомат является полностью определенным, т. к. области определения функций  $\delta$  и  $h$  совпадают с множествами всевозможных пар вида  $(x_m, \mathcal{V}_f)$ .

Удобной формой представления математической модели закона коммутации ключей ВП является граф-схема автомата, состоящая

из вершин и дуг. В кружках, соответствующих вершинам графа, отмечаются состояния автомата, а на стрелках, соответствующих дугам графа, отображают направления переходов. Около дуг в скобках отображают состояния входа, при которых происходит переход по соответствующей дуге, и через запятую указывают состояние выхода автомата. В результате этого граф-схема автомата более наглядна, чем таблица переходов и выходов, представляет переход автомата из одного внутреннего состояния в другое.

Подробнее рассмотрим приведенную выше методику для составления математической модели симметричного закона коммутации ключей мостовой схемы ВП. При симметричном законе в состоянии переключения находятся все четыре транзисторных ключа моста, а напряжение на выходе преобразователя представляет собой знакопеременные импульсы, длительность которых регулируется входным сигналом. Для этого знакопеременные управляющие импульсы подаются на все транзисторы моста: сначала отпирающие импульсы подаются на транзисторы  $VT1$  и  $VT4$ , запирающие – на транзисторы  $VT2$  и  $VT3$ , а затем наоборот.

Схема моста может работать в двух токовых режимах: в режиме непрерывного тока и в режиме переменного тока. В режиме непрерывного тока, когда включены транзисторы  $VT1$  и  $VT4$  моста, на выходе ВП формируется положительное напряжение  $U_{\Pi}$ . При этом в нагрузке протекает возрастающий по экспоненциальному закону ток. Состояние ВП, когда включены транзисторы  $VT1$  и  $VT4$ , обозначим как P2B режим два «Вперед».

На интервалах времени, когда отпирающие импульсы подаются на транзисторы  $VT2$  и  $VT3$ , из-за открытых обратных диодов  $VD2$  и  $VD3$  транзисторы  $VT2$  и  $VT3$  не открываются. При этом в нагрузке протекает спадающий по экспоненциальному закону ток под воздействием напряжения  $-U_{\Pi}$ . Состояние схемы, когда открыты обратные диоды  $VD2$  и  $VD3$ , обозначим как P0DB режим ноль с открытыми обратными диодами для направления вращения «Вперед». Так, переключая ключи с высокой частотой, в нагрузке формируется пульсирующий ток, среднее значение которого больше нуля  $I_{\text{ср}} > 0$ .

В режиме переменного тока, когда ток нагрузки спадает до нуля и диоды  $VD2$  и  $VD3$  закрываются, транзисторы  $VT2$  и  $VT3$  открываются. При этом в нагрузке начинает возрастать по экспоненциальному закону ток отрицательной полярности под воздействием напряжения  $-U_{\Pi}$ . Состояние моста, когда открыты транзисторы  $VT2$  и  $VT3$ , обозначим как P2H режим два «Назад».

При закрытии транзисторов  $VT_2$  и  $VT_3$  открываются диоды  $VD_1$  и  $VD_4$  и ток нагрузки начинает падать под воздействием напряжения  $U_{\Pi}$ . Такое состояние схемы обозначим как Р0ДН режим ноль с открытыми диодами для направления вращения «Назад».

Исходя из вышесказанного, закодируем внутренние состояния автомата как  $x_n = \{P0, P2B, P0ДB, P2H, P0ДH\} \quad \forall n = \overline{1,5}$ , а вектор состояния автомата –  $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ .

Состояния транзисторов схемы моста (открыт – закрыт) определяются управляющими импульсами:  $U_{БЭ1} \dots U_{БЭ4}$ . Для удобства описания автомата принимаем, что при  $U_{БЭi} = 0$   $i$ -й транзистор моста закрыт, а при  $U_{БЭi} = 1$  – открыт. Учитывая все возможные комбинации управляющих импульсов  $U_{БЭi}$  закодируем их состояния через  $\mathcal{G}_i$  и представим результаты кодирования в табл. 1.

Таблица 1.

## Кодирование состояний входов

Коды состояний входов	Управляющие импульсы			
	$U_{БЭ1}$	$U_{БЭ2}$	$U_{БЭ3}$	$U_{БЭ4}$
$\mathcal{G}_1$	0	0	0	0
$\mathcal{G}_2$	1	0	0	1
$\mathcal{G}_3$	0	1	1	0

Следовательно, вектор входа автомата представляется как  $\mathbf{V} = \{\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \mathcal{G}_3\}$ .

Выходное напряжение моста при работе схемы ВП может принимать три значения: 0;  $U_{\Pi}$ ;  $-U_{\Pi}$ . Поэтому закодируем состояния выхода автомата как  $u_j = \{0, U_{\Pi}, -U_{\Pi}\} \quad \forall j = \overline{1,3}$ , а вектор выхода –  $\mathbf{U} = \{u_1, u_2, u_3\}$ .

Так, на основе анализа работы схемы моста ВП и отображений (1) составлены таблица переходов (табл. 2) и таблица выходов (табл. 3). Строкам таблицы переходов соответствуют состояния входов, а столбцам – состояния ВП, причем крайний левый столбец обозначен начальным состоянием  $x_1$ . На пересечении столбца  $x_m$  и строки  $\mathcal{G}_f$  в

таблице переходов ставится состояние  $x_s = \delta(x_m, \vartheta_f)$ , в которое автомат переходит из состояния  $x_m$  под воздействием сигнала  $\vartheta_f$ .

**Таблица 2.**

**Таблица переходов**

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$\vartheta_1$	$x_1$	$x_3 \rightarrow x_1$	$x_1$	$x_5 \rightarrow x_1$	$x_1$
$\vartheta_2$	$x_2$	$x_2$	$x_2$	$x_5 \rightarrow x_2$	$x_2$
$\vartheta_3$	$x_4$	$x_3 \rightarrow x_4$	$x_4$	$x_4$	$x_4$

В таблице выходов (табл. 3) на пересечении столбца  $x_m$  и строки  $\vartheta_f$  ставится состояние выхода  $u_g = h(x_m, \vartheta_f)$ , соответствующее переходу автомата.

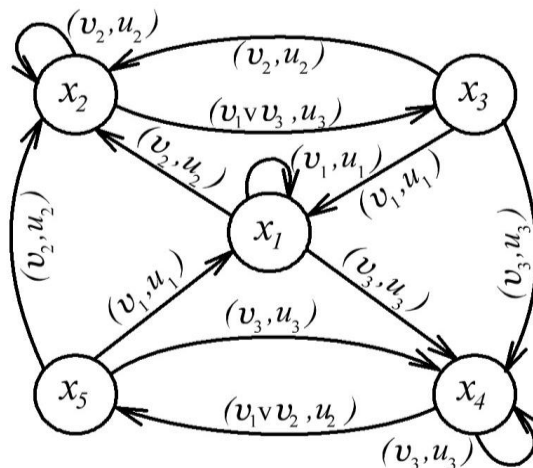
**Таблица 3.**

**Таблица выходов**

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$\vartheta_1$	$u_1$	$u_3 \rightarrow u_1$	$u_1$	$u_2 \rightarrow u_1$	$u_1$
$\vartheta_2$	$u_2$	$u_2$	$u_2$	$u_2$	$u_2$
$\vartheta_3$	$u_3$	$u_3$	$u_3$	$u_3$	$u_3$

Полученные таблицы переходов и выходов описывают абстрактный автомат, являющийся математической моделью симметричного закона коммутации ключей ВП.

Граф-схема автомата представлена на рис. 2, которая позволяет наглядно представить все переходы автомата из одного внутреннего состояния в другое [4].



**Рисунок 2. Граф-схема симметричного закона коммутации ключей ВП**

Далее разработаем математическую модель диагонального закона коммутации ключей с переключением верхнего транзистора мостовой схемы вентильного преобразователя [5].

При диагональной коммутации осуществляется раздельное управление комплектами вентильных преобразователей, состоящих из диагональных транзисторов моста  $VT1$  и  $VT4$  или  $VT2$  и  $VT3$ . Причем в работающем комплекте ВП переключаются верхние транзисторы  $VT1$  ( $VT2$ ) при постоянно открытых нижних транзисторах  $VT4$  ( $VT3$ ). В результате этого в нагрузке моста протекает ток, содержащий минимальные пульсации.

В отличие от предыдущего закона коммутации ключей здесь дополнительно возникают режимы: P1В – режим один «Вперед», когда включен один нижний транзистор  $VT4$  моста; P1Н – режим один «Назад», когда включен только один нижний транзистор  $VT3$ ; P0В – режим ноль «Вперед», все транзисторы выключены, ток нагрузки равен нулю, а противо-ЭДС  $E_a > 0$ , т. е. электродвигатель вращается «Вперед»; P0Н – режим ноль «Назад», транзисторы выключены, ток нагрузки равен нулю, а  $E_a < 0$ . Режимы P0В и P0Н системы «ВП-ДПТ» являются неустойчивыми и с остановом электродвигателя, переходят в режим P0.

На основе анализа электромагнитных процессов в системе устанавливаем, что состояние мостовой схемы ВП (без учета состояния

ДПТ) характеризуется следующими семью режимами:  $X=\{P0, P2B, P1B, P0DB, P2H, P1H, P0DH\}$ . При непрерывных токах нагрузки пять режимов P0, P2B, P1B, P2H и P1H являются устойчивыми и два режима P0DB и P0DH – неустойчивыми, а в режиме прерывистого тока нагрузки устойчивыми являются три режима P0, P2B и P2H, и неустойчивыми – следующие четыре режима P1B, P0DB, P1H и P0DH.

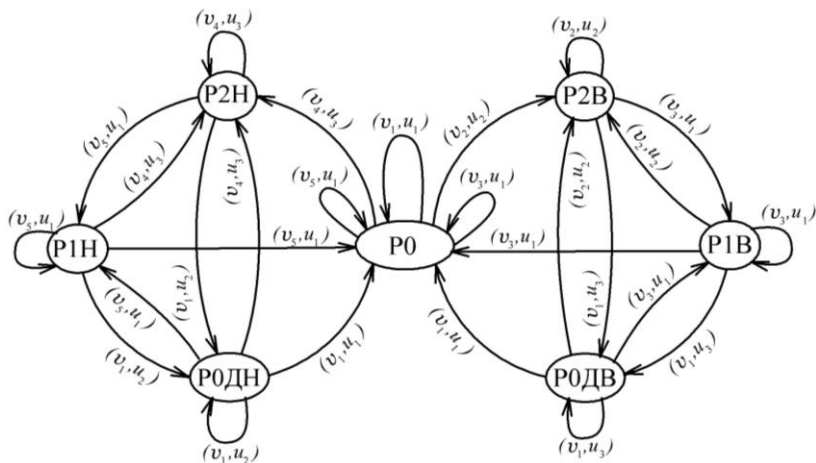
С учетом состояния ДПТ закодируем состояния выходного напряжения ВП как  $u_j = \{0(E_{я}), U_{п}, -U_{п}\} \forall j = \overline{1,3}$ , где  $0(E_{я})$  - означает, либо  $u_{я}=0$ , либо  $u_{я} = \pm E_{я}$ . Учитывая все возможные комбинации управляющих импульсов  $U_{Бэi}$  транзисторов моста ВП. Также закодируем состояния управляющих импульсов транзисторами через  $\mathcal{G}_i$  и представим результаты кодирования в табл. 4.

**Таблица 4.**

**Кодирование входных воздействий**

Коды состояний входных воздействий	Управляющие импульсы			
	$U_{Бэ1}$	$U_{Бэ2}$	$U_{Бэ3}$	$U_{Бэ4}$
$\mathcal{G}_1$	0	0	0	0
$\mathcal{G}_2$	1	0	0	1
$\mathcal{G}_3$	0	0	0	1
$\mathcal{G}_4$	0	1	1	0
$\mathcal{G}_5$	0	0	1	0

Граф-схема алгоритма диагонального закона коммутации ключей с переключением верхнего транзистора мостовой схемы вентильного преобразователя приведена на рис. 3.



**Рисунок 3. Граф-схема диагонального закона коммутации ключей с переключением верхнего транзистора моста**

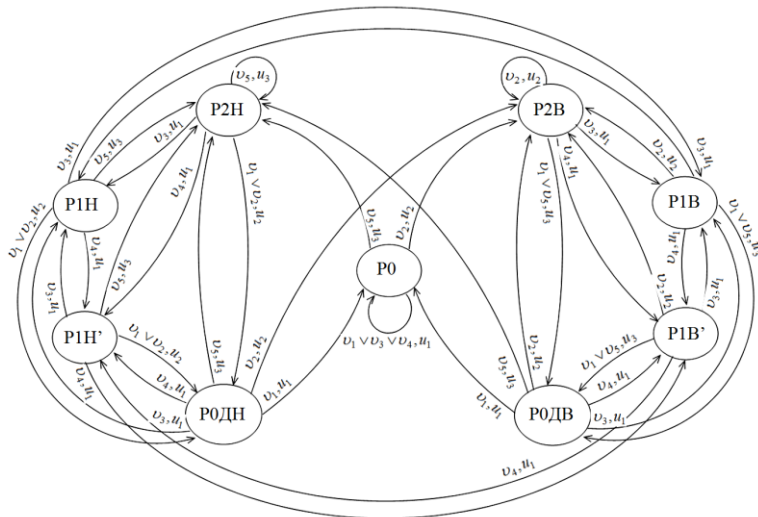
Теперь без подробных пояснений приведем граф-схемы алгоритмов классического несимметричного и поочередного несимметричного законов коммутации ключей мостовой схемы вентильного преобразователя, разработанные в работах [6, 7].

При несимметричной коммутации в противофазе переключаются транзисторные ключи, расположенные в одной из стоек мостовой схемы ( $VT1, VT3$  или  $VT2, VT4$ ). При этом один из двух ключей  $VT3$  или  $VT4$  замкнут, а другой  $VT1$  или  $VT2$  разомкнут. Здесь имеется возможность переключать ключи, расположенные в одной стойке мостовой схемы при постоянно открытом транзисторе другой стойки.

Схема может работать в двух токовых режимах: в режиме непрерывного тока (РНТ) и в режиме знакопеременного тока (РЗПТ). В режиме непрерывного тока временные диаграммы работы ВП совпадают с временными диаграммами диагонального закона коммутации ключей с переключением верхнего транзистора моста. В режиме знакопеременного тока после закрытия транзистора  $VT1$  открывается транзистор  $VT3$ . Когда ток нагрузки положительной полярности спадает до нуля, закрывается транзистор  $VT4$  и под действием противо-ЭДС двигателя ток якоря отрицательной полярности потечет через открытый транзистор  $VT3$  и диод  $VD4$ . При этом отрицательный ток в нагрузке начинает возрастать по экспоненциальному закону. Циклическое переключение транзисторов  $VT1$  и  $VT3$  формирует в нагрузке знакопеременный ток.







**Рисунок 5. Граф-схема алгоритма поочередного несимметричного закона коммутации ключей ВП**

Таким образом, используя два автоматных языка таблицы переходов и выходов и графы переходов разработана методика составления математических моделей алгоритмов коммутации ключей ВП. Полученные математические модели будут использованы в дальнейшем при синтезе системы управления мостовой схемы вентиляльного преобразователя.

**Список литературы:**

1. Охоткин Г.П. Анализ систем регулирования тока // Электромеханика. 1992. №3. С. 66 – 70.
2. Электропривод летательных аппаратов: Учебник для авиационных вузов / В.А. Полковников, Б.И. Петров, Б.Н. Попов и др.; Под общ. ред. В.А. Полковникова. – М.: Машиностроение, 1990. – 352с.
3. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Анализ законов коммутации ключей мостовой схемы импульсного преобразователя // Вестник Чувашского университета / Чуваш. гос. ун-т. – Чебоксары, 2012. - № 3. - С. 142 – 149.
4. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Разработка математической модели симметричного закона коммутации ключей мостовой схемы вентиляльного преобразователя // Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем: Материалы X Всерос. науч.-техн. конф. / Чуваш. гос. ун-т. – Чебоксары, 2013. - С. 180-186.

5. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Разработка математической модели диагонального закона коммутации ключей с переключением верхнего транзистора мостовой схемы преобразователя // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике: Материалы IX Всерос. науч.-техн. конф. / Чуваш. гос. ун-т. – Чебоксары, 2014. – С. 77-86.
6. Охоткин Г.П., Романова Е.С. Разработка математической модели классического несимметричного закона коммутации ключей мостовой схемы вентильного преобразователя // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике: Материалы IX Всерос. науч.-техн. конф. / Чуваш. гос. ун-т. – Чебоксары, 2014. - С. 87 – 92.
7. Охоткин Г.П., Угарин С.В. Разработка математической модели поочередного несимметричного закона коммутации ключей мостовой схемы вентильного преобразователя // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике: Материалы X Всерос. науч.-техн. конф. / Чуваш. гос. ун-т. – Чебоксары, 2016. – С. 64-70.

## РАЗДЕЛ 2.

### МАТЕМАТИКА

#### 2.1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

#### БЫСТРЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ТЁПЛИЦЕВЫМИ МАТРИЦАМИ

*Доржиева Герел Сергеевна*

*магистрант,*

*Калмыцкий государственный университет им. Б.Б. Городовикова,  
РФ, г. Элиста*

#### FAST ALGORITHMS FOR SOLVING SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS WITH TOEPLITZ MATRICES

*Gerel Dorzheeva*

*graduate student,*

*Kalmyk state university named after B.B. Gorodovikova,  
Russia, Elista*

**Аннотация.** Получены формулы обращения невырожденных тёплицевых матриц с комплексными элементами либо уточняющие известные, либо новые, дающие возможность создания экономичных алгоритмов умножения обратной к тёплицевой матрицы на вектор при массовых вычислениях.

**Abstract.** The formulas handling nondegenerate Toeplitz matrices with complex elements, or specifying a known or new giving the possibility of creating efficient algorithms for the multiplication inverse of a Toeplitz matrix by a vector in the mass calculations.

**Ключевые слова:** матрицы; тёплицевы матрицы; обращение матриц; неустойчивые системы линейных уравнений; регуляризация; циркулянты; косоциркулянты; спектральные разложения; тёплицев ранг.

**Keywords:** matrix, Toeplitz matrices; matrix inversion; unstable systems of linear equations; regularization; skew-circulants are obtained; cocirculate; spectral decomposition; Toeplitz rank.

Один из приёмов решения систем линейных уравнений с одной и той же невырожденной квадратной комплексной матрицей, заданной тёплицевым (/и)- или (и/)-разложением и многочисленными правыми частями, состоит в однократном построении для её обратной тёплицева (и/)- или (/и)-разложения и последующем умножении этой матрицы на векторы правых частей, что позволяет значительно сократить число арифметических операций для небольшого по сравнению с порядком матрицы числа слагаемых в исходном тёплицевом разложении. Для тёплицевой матрицы системы порядка степени двойки предложено использовать вместо тёплицевых (/и)- или (и/)-разложений сходные им тёплицевы (су)- и («с)-разложения, результат применения которых состоит в дополнительном двукратном уменьшении числа арифметических операций при указанном выше массовом счете. В данной работе эта идея развита для решения не обязательно тёплицевых систем уравнений, но её основное применение дано для решения методом регуляризации неустойчивых задач с вырожденной или плохо обусловленной тёплицевой матрицей.

Введем тёплицевы (су)- и (^)-разложения произвольной квадратной комплексной матрицы на основе их связи с решениями двух неявных уравнений Сильвестра. Далее приведены различные соотношения, связывающие тёплицевы (су)- и (^)-разложения заданной матрицы с тёплицевыми (су)- и («^-разложениями матриц, полученных в ряде преобразований этой матрицы. Установлены связи тёплицевых (с«)-, («с)-, (/и)- и (и/)-разложений одной и той же матрицы. Там же введены более общие тёплицевы разложения как решения им соответствующих однозначно разрешимых уравнений Сильвестра и выведены связи различных типов таких разложений для одной и той же матрицы.

Установим связи тёплицевых (с«)- и (^)-разложений и затем и общих тёплицевых разложений с разложениями матрицы, обратной невырожденной исходной.

Формулы для нахождения решений регуляризованных неустойчивых задач с вырожденными или плохо обусловленными матрицами исходных систем позволили установить, что число арифметических операций при массовом нахождении решений неустойчивых задач для

простейших видов регуляризации примерно в 2 раза больше, чем при решении устойчивых задач. Таким образом, получаем формулы для решений неустойчивых задач с тёплицевыми матрицами.

Можно предположить, что полученные разложения могут представлять интерес при безошибочных вычислениях решений неустойчивых тёплицевых систем с тёплицевой матрицей с рациональными элементами для векторов правых частей системы с также рациональными координатами.

Для произвольного комплексного  $a$  определим квадратную порядка  $n$  комплексную матрицу соотношением  $0a = ((a/1) P_{n-1})P_n$ , в котором матрицы  $1k_i$  и  $P_k$  — единичная и перьединичная матрицы порядка  $k$ . Всевозможные многочлены от  $0a$  образуют коммутативное кольцо с единицей  $a$ -циркулянтов, для которых будем использовать обозначения  $S_a(x)$ , указывая в качестве их аргументов  $n$ -мерные векторы их нулевых столбцов. В частных случаях  $a = 1$  и  $a = -1$   $a$ -циркулянты — это, соответственно, циркулянты и косоциркулянты, для которых наряду с введенными обозначениями будем использовать стандартные обозначения  $S(x)$  и  $5(y)$ . Для  $a \neq 0$  матрицы  $0a$  невырожденны,  $0$ -циркулянты являются нижнетреугольными тёплицевыми матрицами, для которых будем использовать стандартные обозначения  $X(x)$ , всевозможные многочлены от матрицы являются верхнетреугольными тёплицевыми матрицами, для которых будем использовать обозначение  $Xm(x)$  наряду со стандартным обозначением, у которого векторный аргумент — транспонированная нулевая строка. При  $a \neq 0$  каждое семейство  $a$ -циркулянтов диагонализуемо единым преобразованием, отличным лишь диагональной матрицей-сомножителем от матрицы дискретного преобразования Фурье.

Для квадратной комплексной матрицы  $B$  порядка  $n$  рассмотрим уравнение

$$(O, B - BO!)P_n = O. \quad (1)$$

Данное уравнение именуется неявным уравнением Сильвестра и только правым множителем  $P_n$  отличается от непрерывного уравнения Сильвестра, а левым — от дискретного уравнения Сильвестра. Все три данные эквивалентные уравнения можем просто назвать формами уравнения Сильвестра. Так как спектры матриц и не имеют пересечений (в чем можно убедиться, приметив, что  $0''[ = In, a \ 0n \_1 = - In)$ , то из непрерывной формы уравнения Сильвестра следует его (следовательно, и остальные двух форм) однозначная разрешимость. Далее без особых оговорок следует использовать более удобную в каждом конкретном случае форму уравнения Сильвестра, опмя об их эквивалентности и в особенности о равенстве рангов матриц их левых частей.

Прямой подстановкой в исходное уравнение нетрудно убедиться в том, что для правой части специального мономиального вида имеет место эквивалентность двух соотношений

$$(O B - BO,) Pn = 2xuyt - B = C(x\lambda\mu y). \quad (2a)$$

Именно из-за такой простой и наглядной связи этих двух уравнений была выбрана в качестве исходной неявная форма уравнения Сильвестра.

Введем по аналогии с инволютивным преобразованием транспонирования  $B \rightarrow B^*$  —  $B^t$  инволютивное преобразование пертранспонирования  $B \rightarrow B^p$  и обозначение для этой операции  $B \rightarrow B^p$ , отталкиваясь от определения симметричной матрицы, удовлетворяющей условию  $B = B^t$ , при этом условии  $B = B^p$  влечет именование такой матрицы персимметричной, что оправдывает введенное определение.

### Список литературы:

1. Воеводин В.В., Тыртышников Е.Е. Вычислительные процессы с тёплицевыми матрицами. — М.: Наука, 1987. — С. 12-14
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. — М.: Наука, 1988. — 549 с.
3. Гельфгат В.И. О матрицах малых тёплицевых рангов, некоторых способах представления решения неустойчивой системы линейных уравнений с тёплицевой матрицей и обусловленных ими быстрых алгоритмах решения таких систем // Журнал вычислительной математики и математической физики. — М., 2014. — С. 1691-1706.
4. Гельфгат В.И. О некоторых разложениях матриц, обратных комплексным тёплицевым, и связанных с ними быстрых алгоритмах решения линейных систем с тёплицевыми матрицами // Журнал вычислительной математики и математической физики. — М., 2013. — Т. 53. — № 8. — С. 15-18
5. Гельфгат В.И. Условия коммутирования тёплицевых матриц // Журнал вычислительной математики и математической физики. — М., 1998. — С. 11-14.
6. Ярославский Л.П. Сдвинутые дискретные преобразования Фурье. Проблемы передачи информации. — М.: 1979. — С. 102-105.

**НАУЧНЫЙ ФОРУМ:  
ТЕХНИЧЕСКИЕ И ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**

*Сборник статей по материалам XII международной  
научно-практической конференции*

№ 2 (12)  
Февраль 2018 г.

В авторской редакции

Подписано в печать 15.02.18. Формат бумаги 60x84/16.  
Бумага офсет №1. Гарнитура Times. Печать цифровая.  
Усл. печ. л. 4,375. Тираж 550 экз.

Издательство «МЦНО»  
125009, Москва, Георгиевский пер. 1, стр.1, оф. 5  
E-mail: [tech@nauchforum.ru](mailto:tech@nauchforum.ru)

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленного  
оригинал-макета в типографии «Allprint»  
630004, г. Новосибирск, Вокзальная магистраль, 3



**НАУЧНЫЙ  
ФОРУМ**  
nauchforum.ru