



**НАУЧНЫЙ  
ФОРУМ**  
nauchforum.ru



**№ 6(7)**

**НАУЧНЫЙ ФОРУМ:  
ТЕХНИЧЕСКИЕ И ФИЗИКО-  
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**

МОСКВА, 2017



# НАУЧНЫЙ ФОРУМ: ТЕХНИЧЕСКИЕ И ФИЗИКО- МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

*Сборник статей по материалам VII международной  
научно-практической конференции*

№ 6 (7)  
Август 2017 г.

Издается с декабря 2016 года

Москва  
2017

УДК 51/53+62

ББК 22+3

НЗ4

Председатель редколлегии:

**Лебедева Надежда Анатольевна** – доктор философии в области культурологии, профессор философии Международной кадровой академии, г. Киев, член Евразийской Академии Телевидения и Радио.

Редакционная коллегия:

**Ахмеднабиев Расул Магомедович** – канд. техн. наук, доц. кафедры строительных материалов Полтавского инженерно-строительного института, Украина, г. Полтава;

**Копылов Алексей Филиппович** – канд. тех. наук, доц. кафедры радиотехники Института инженерной физики и радиоэлектроники Сибирского федерального университета, Россия, г. Красноярск;

**Маршалов Олег Викторович** – канд. техн. наук, начальник учебного отдела филиала ФГАОУ ВО "Южно-Уральский государственный университет" (НИУ), Россия, г. Златоуст.

**НЗ4 Научный форум: Технические и физико-математические науки:** сб. ст. по материалам VII междунар. науч.-практ. конф. – № 6 (7). – М.: Изд. «МЦНО», 2017. – 62 с.

ISSN 2541-8394

Сборник входит в систему РИНЦ (Российский индекс научного цитирования) на платформе eLIBRARY.RU.

ISSN 2541-8394

ББК 22+3

© «МЦНО», 2017

## **Оглавление**

<b>Раздел 1. Технические науки</b>	<b>5</b>
<b>1.1. Информатика, вычислительная техника и управление</b>	<b>5</b>
АЛГОРИТМ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ РЕГРЕССИИ С АДАПТИВНОЙ ШИРИНОЙ ОКНА Бугаенко Александр Николаевич Милов Антон Владимирович	5
<b>1.2. Машиностроение и машиноведение</b>	<b>13</b>
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ ПЛАСТИКОВОЙ КАТУШКИ ДЛЯ СВАРОЧНОЙ ПРОВОЛОКИ Конев Сергей Васильевич Михайлец Владимир Федорович Тэфтелев Иван Евгеньевич	13
<b>1.3. Радиотехника и связь</b>	<b>21</b>
ОБ УЛУЧШЕНИИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СКРЫТНОСТИ СРЕДСТВ РАДИОСВЯЗИ VI ПОКОЛЕНИЯ Кислый Валентин Петрович Кириллин Алексей Викторович Федоров Алексей Евстафьевич Фирсов Дмитрий Сергеевич	21
<b>1.4. Транспорт</b>	<b>26</b>
К ВОПРОСУ О ВЫБОРЕ СПОСОБА ПЕРЕВОЗКИ ГРУЗА Псеровская Елена Дмитриевна Балаганская Анастасия Сергеевна	26
<b>1.5. Энергетическое, металлургическое и химическое машиностроение</b>	<b>33</b>
ВНЕДРЕНИЕ СИНТЕТИЧЕСКИХ ЭФИРОВ В ТРАНСФОРМАТОРОСТРОЕНИИ Мозуль Никита Андреевич	33

<b>Раздел 2. Математика</b>	<b>37</b>
<b>2.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ</b>	<b>37</b>
ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИЙ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ЧАСТЯМ Белоусов Алексей Григорьевич	37
<b>2.2. Математическая логика, алгебра и теория чисел</b>	<b>46</b>
О ПРЕДПОЛАГАЕМОМ МЕТОДЕ ФЕРМА Чурсин Вячеслав Борисович	46
СВЕРХБЫСТРОЕ НАХОЖДЕНИЕ ВСЕХ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ – ФОРМУЛА Щербань Виктор Леонидович	55

## РАЗДЕЛ 1.

### ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

#### 1.1. ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

##### АЛГОРИТМ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ РЕГРЕССИИ С АДАПТИВНОЙ ШИРИНОЙ ОКНА

***Бугаенко Александр Николаевич***

*магистр, Сибирский государственный университет науки  
и технологий имени академика М.Ф. Решетнева,  
РФ, г. Красноярск*

***Милов Антон Владимирович***

*магистр, Сибирский государственный университет науки  
и технологий имени академика М.Ф. Решетнева,  
РФ, г. Красноярск*

##### NONPARAMETRIC REGRESSION ESTIMATION ALGORITHM WITH ADAPTIVE BANDWIDTH

***Aleksandr Bugaenko***

*master, Siberian State University of Science and Technologies,  
Russia, Krasnoyarsk*

***Anton Milov***

*master, Siberian State University of Science and Technologies,  
Russia, Krasnoyarsk*

**Аннотация.** В данной работе предлагается подход к нахождению переменной ширины окна при построении непараметрических моделей на основе оценки Надарая-Ватсона. Данный подход позволяет решать ряд задач, связанных с моделированием зависимостей, со временем меняющихся свой характер.

**Annotation.** In this paper we propose an approach for finding the variable bandwidth when constructing nonparametric models based on the Nadaraya-Watson kernel regression estimate. This approach allows us to solve a number of problems related to the modeling of dependencies that change their character over time.

**Ключевые слова:** ядерное сглаживание; адаптивная ширина окна.  
**Ключевые слова:** kernel regression; adaptive bandwidth.

Непараметрические модели на основе оценки Надарая-Ватсона (1964 г.) широко используются в задачах регрессии, сглаживания данных, поиска выбросов и многих других. Их использование эффективно в тех случаях, когда затруднен выбор подходящей параметрической модели из-за отсутствия априорных знаний о моделируемом явлении. В случае непараметрического моделирования выходной величины, меняющей характер зависимости, возникает трудность настройки параметра размытости, например, в случае моделирования периодических процессов с переменной частотой и (или) амплитудой.

Одним из подходов, позволяющих справиться с данной проблемой, является использование ансамблей непараметрических моделей. Ансамблем называется несколько моделей одного или разных типов, составленных по очереди. Причем, каждая из последующих моделей, добавляемых в ансамбль, аппроксимирует ошибку ансамбля на предыдущей итерации. Подробно данный подход применительно к непараметрическим моделям отражен в [5].

Другой подход подразумевает использование окна переменной ширины, выбираемой таким образом, чтобы в окрестности каждой точки искомая зависимость восстанавливалась наилучшим образом. В литературе данный подход встречается при решении проблем, возникающих в случае работы с разреженными данными [3]. Он заключается в подборе ширины окна таким образом, чтобы в областях с разреженными точками в окно при построении модели попадало не меньше заданного числа точек. Однако такой подход никак не учитывает возможные изменения в характере моделируемой зависимости.

В данной работе предлагается алгоритм построения непараметрических моделей с адаптивной шириной окна для восстановления неизвестных зависимостей, существенно меняющих свой характер на разных интервалах области определения функции.

### Постановка задачи.

Пусть задано пространство объектов  $X$  и множество возможных ответов  $Y \subset \mathbb{R}$ . Существует неизвестная зависимость  $y: X \rightarrow Y$ , значения которой известны только на объектах обучающей выборки. Кроме того, к этим значениям добавляется нормально распределенный шум с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией. Таким образом получаем выборку  $X^l = (x_i, y_i)_{i=1}^l$ . Требуется построить модель  $\hat{y}: X \rightarrow Y$ , аппроксимирующую неизвестную зависимость  $y(x)$ .

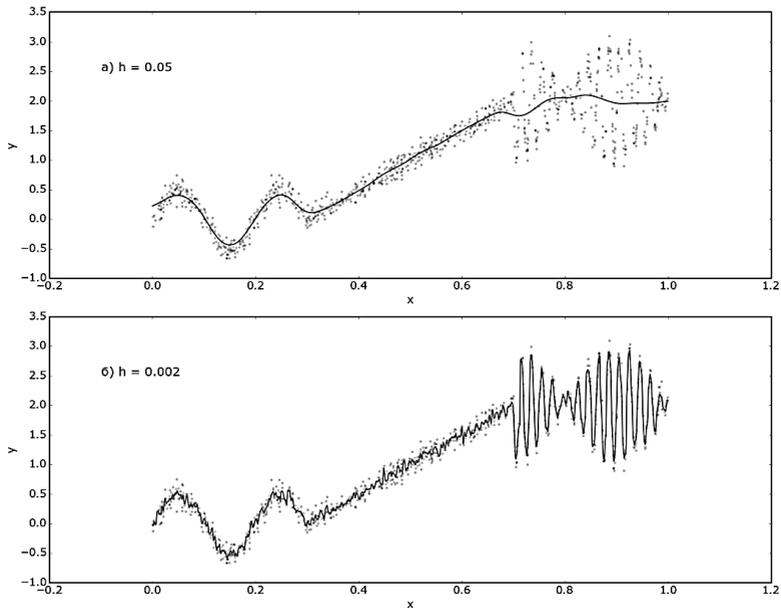
При отсутствии знания о структуре уравнения для восстановления зависимости используется непараметрическая оценка регрессии Надарая-Ватсона [2]. Стоит отметить, что указанная в (1) формула обобщает одномерные и многомерные задачи, т. к.  $x$  может быть как скалярной величиной, так и вектором.

$$\hat{y}_h(x) = \frac{\sum_{i=1}^l y_i K\left(\frac{\rho(x, x_i)}{h}\right)}{\sum_{i=1}^l K\left(\frac{\rho(x, x_i)}{h}\right)} \quad (1)$$

Значение функции ядра  $K(x)$  в точке характеризует ее вес при оценке значения восстанавливаемой функции. Функция ядра должна удовлетворять известным условиям сходимости оценок [4] быть четной, гладкой и ограниченной. Таким образом, чем дальше расположена точка обучающей выборки от точки, в которой восстанавливается значение функции, тем меньший вес она будет иметь.

Параметр  $h$  называется шириной окна сглаживания. Выбор ширины окна оказывает основное влияние на качество восстановления зависимости. При слишком узком окне функция  $\hat{y}_h(x)$  стремится пройти через все точки обучающей выборки, что делает оценку чувствительной к помехам измерения. При слишком большом значении  $h$  функция становится излишне сглаженной и слабо отражает характер исходной зависимости.

Проблема данного подхода заключается в том, что подобная оценка в некоторых случаях не способна должным образом аппроксимировать искомую зависимость, например, когда зависимость имеет периодический характер с переменной частотой и амплитудой. На рисунке 1 представлен пример подобной ситуации.



**Рисунок 1. Проблемы при аппроксимации значений функции с помощью непараметрической модели с постоянной шириной окна**

Для демонстрации описываемого эффекта была взята функциональная зависимость следующего вида:

$$y_1(x) = \begin{cases} 0.5 \sin(20\pi x), & x \in [0, 0.3) \\ 5x - 1.5, & x \in [0.3, 0.7) \\ \sin(5\pi x) \sin(100\pi x) + 2, & x \in [0.7, 1] \end{cases} \quad (2)$$

Было сгенерировано 2000 точек, равномерно распределенных на отрезке  $[0, 1]$ , рассчитано значение функции  $y_1(x)$  в них и добавлена аддитивная помеха, сгенерированная из стандартного нормального распределения  $N(0, 1)$ . Эти точки использовались для построения непараметрической модели с постоянной шириной окна.

Ширина окна, при которой зависимость хорошо аппроксимируется на интервале  $(0, 0.7)$  (рис. 1а), не позволяет восстановить высокочастотные изменения функции на интервале  $(0.7, 1)$ , и наоборот, ширина окна, являющаяся оптимальной для второго интервала, приводит к переобучению на первом (рис. 1б).

Данную проблему предлагается решить с помощью адаптивной ширины окна, которая находится из описанных ниже соображений.

### Алгоритм AdaWind.

Оценка регрессии с использованием адаптивной ширины окна строится в предположении функциональной зависимости ширины окна от значения входной переменной и имеет следующий вид:

$$\hat{y}(x) = \frac{\sum_{i=1}^l y_i K\left(\frac{\rho(x, x_i)}{h(x)}\right)}{\sum_{i=1}^l K\left(\frac{\rho(x, x_i)}{h(x)}\right)} \quad (3)$$

Необходимо найти такую функцию  $h(x)$ , которая обеспечивала бы хорошее качество аппроксимации во всех точках обучающей выборки. Для нахождения данной функции использовалась следующая эвристика.

Первоначально генерируется множество значений параметра ширины окна  $H = \{h_j^*\}_{j=0}^{T-1}$ , например, по формуле  $h_j^* = h_0^* \alpha^j$ , где  $\alpha \in (0, 1)$ ,  $j$  – показатель степени. Основная идея заключается в том, что данное множество должно обеспечивать достаточное разнообразие значений. Иными словами, в нем должны присутствовать такие значения параметра, которые позволяют построить модель с хорошим качеством аппроксимации на каком-либо фрагменте обучающей выборки. Чем больше изменений характера зависимости претерпевает исходная функция, тем лучше должен быть охват значений параметра ширины окна множеством  $H$ . В таком случае имеет смысл брать значение параметра  $\alpha$  близким к единице. Значения  $h_j^*$  не должны быть меньше минимальной ширины окна, при которой в любой точке определения функции в окно попадает хотя бы одна точка обучающей выборки. Значение  $h_0^*$  рекомендуется брать достаточно большим, при котором происходит чрезмерное сглаживание.

После этого строятся непараметрические модели с различной шириной окна  $h_j^*$ . В каждой точке  $x_i$  выбираем такое  $h_i = h_j^* \in H$ , при котором в  $\varepsilon$ -окрестности этой точки (множество  $\{x_j | \rho(x_i, x_j) < \varepsilon\}$ ) непараметрическая модель даёт наименьший средний модуль ошибки (6). Для вычисления среднего модуля ошибки можно воспользоваться непараметрической моделью с прямоугольным ядром и шириной окна равной  $\varepsilon$  (4, 5).

В случае выбора малого значения  $\varepsilon$  ширина окна будет сильно зашумлена, что скажется на итоговой модели. Выбор больших значений приводит к тому, что на участках, где характер исходной зависимости меняется, значения функции ширины окна меняются

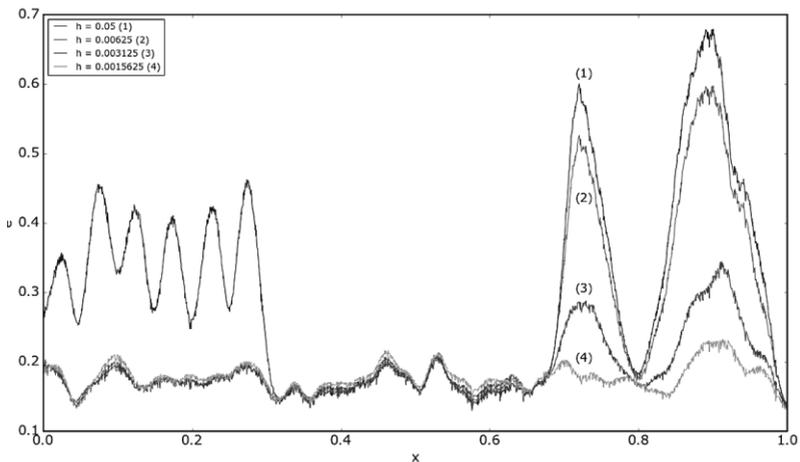
слишком медленно. В качестве значения параметра  $\varepsilon$  можно взять оптимальное по среднеквадратичному критерию ошибки значение ширины окна  $h$  при использовании непараметрической модели с постоянной шириной окна.

На рисунке 2 изображен график значений усредненного по  $\varepsilon$ -окрестности модуля ошибки для различных значений ширины окна  $h_j$ .

$$e_j^\varepsilon(x) = \frac{\sum_{i=1}^l |y_i - \hat{y}_{h_j}(x_i)| K\left(\frac{\rho(x, x_i)}{\varepsilon}\right)}{\sum_{i=1}^l K\left(\frac{\rho(x, x_i)}{\varepsilon}\right)} \quad (4)$$

$$e_{i,j} = e_j(x_i) \quad (5)$$

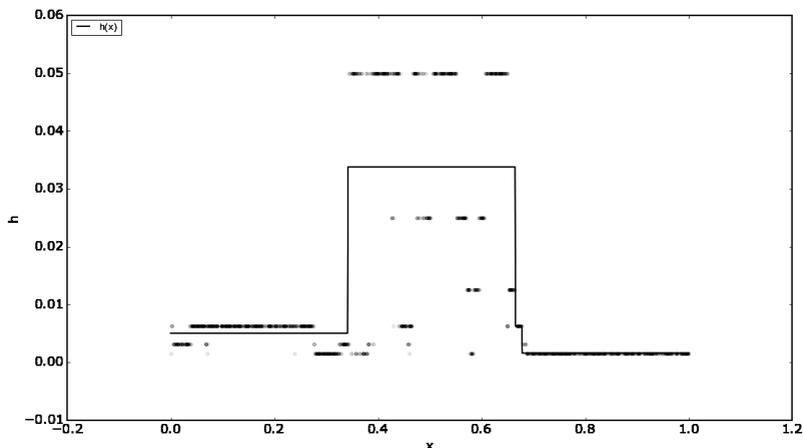
$$h_i = h_{K_i}^*, \text{ где } K_i = \underset{j}{\operatorname{argmax}}(e_{i,j}^\varepsilon) \quad (6)$$



**Рисунок 2. График значений усредненного по  $\varepsilon$ -окрестности модуля ошибки для различных значений ширины окна ( $\varepsilon = 0.005$ )**

В завершение строится модель регрессии  $h(x)$  по имеющимся точкам  $\{x_i, h_i\}, i = \overline{1, l}$ .

В данной работе предлагается восстановление функции  $h(x)$  с помощью деревьев регрессии. Этот алгоритм позволяет представить функцию  $h(x)$  в виде кусочно-ступенчатой функции. На рисунке 3 отображены выбранные в точках обучающей выборки значения ширины окна  $h_i$  и построенная на их основании модель  $h(x)$ .



**Рисунок 3.** Значения  $h_i$  и построенная по ним модель  $h(x)$

Алгоритм построения деревьев регрессии для построения функции ширины окна был выбран по причине того, что он позволяет наглядно выделять интервалы, на которых характер зависимости разнится. Подробное описание данного алгоритма содержится в [1].

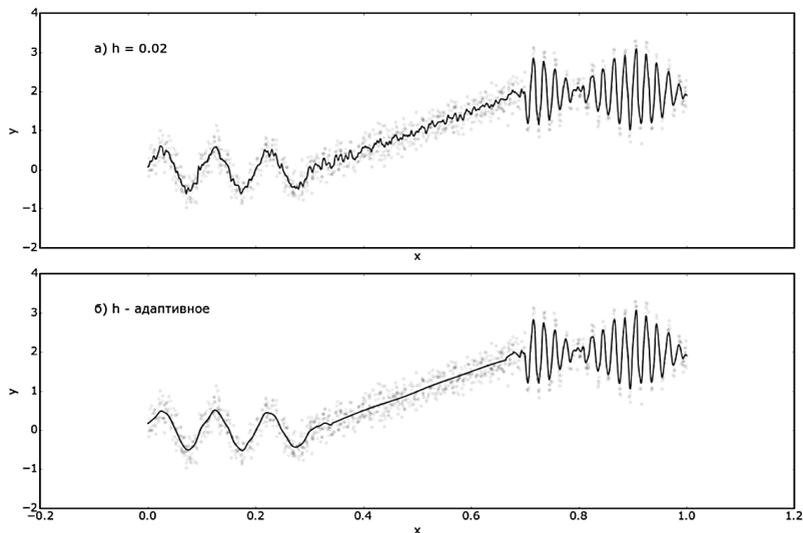
При восстановлении значения в новой точке  $x$ , сначала находится значение предпочтительной ширины окна в этой точке  $h(x)$  и затем вычисляется оценка регрессии по формуле (3).

### Результаты.

Для тестирования алгоритма использовалась описанная задача восстановления регрессии. Уравнение исходной зависимости представлено в (2).

Относительная ошибка аппроксимации (7) составила с помощью модели с постоянной шириной окна составила 0.11, при использовании алгоритма AdaWind эта величина составила 0.09.

$$e = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{|y_{max} - y_{min}|} \quad (7)$$



**Рисунок 4. Восстановление зависимости  $y_1(x)$  с использованием непараметрической модели с постоянной шириной окна (а) и алгоритма *AdaWind* (б)**

#### Список литературы:

1. Breiman L., Friedman J., Olshen R., Stone C.. Classification and Regression Trees // Wadsworth, Belmont, CA. 1984.
2. Watson G.S. Smooth regression analysis // Sankhya: The Indian Journal of Statistics, Series A 26 (4). 1964. С. 359–372.
3. Zheng Q. Local Adaptive Smoothing in Kernel Regression Estimation // All Theses. Paper 616. 2009.
4. Епанечников В.А. Непараметрическая оценка многомерной плотности вероятности // ТВП, 14:1 (1969), 156–161.
5. Мангалова Е.С., Шестернева О.В. О последовательном построении непараметрических оценок регрессии // Вестник СибГАУ. Том 16, № 3. 2015. С. 604–610.

## 1.2. МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ ПЛАСТИКОВОЙ КАТУШКИ ДЛЯ СВАРОЧНОЙ ПРОВОЛОКИ

**Конев Сергей Васильевич**

*канд. техн. наук, доцент,  
Магнитогорский государственный технический университет  
им. Г.И. Носова - МГТУ,  
РФ, г. Магнитогорск*

**Михайлец Владимир Федорович**

*канд. техн. наук, доц.,  
Магнитогорский государственный технический университет  
им. Г.И. Носова - МГТУ,  
РФ, г. Магнитогорск*

**Тептелев Иван Евгеньевич**

*начальник отдела подготовки производства  
ОАО «Магнитогорский метизно-металлургический завод» -  
ОАО «ММК-Метиз»,  
РФ, г. Магнитогорск*

### DEFINITION THE OPTIMAL SIZE OF THE PLASTIC SPOOL FOR WELDING WIRE

**Sergey Konev**

*candidate of engineering sciences,  
assistant professor of Magnitogorsk state technical University  
named after G.I. Nosov, MGTU,  
Russia, Magnitogorsk*

**Vladimir Mikhaylets**

*candidate of engineering sciences,  
assistant professor in Magnitogorsk state technical University  
named after G.I. Nosov, MGTU,  
Russia, Magnitogorsk*

**Ivan Teftelev***head of preproduction Department  
in Magnitogorsk hardware-metallurgical plant –  
United joint stock company – OAO “ММК-Метиз”,  
Russia, Magnitogorsk*

**Аннотация.** В промышленности нашли широкое применение пластиковые катушки для смотки металлической проволоки и полимеров. Однако имеет место разрушение катушек. В статье исследуются напряжения и упругие деформации в наиболее нагруженных точках катушки. По результатам расчетов выбраны оптимальные соотношения размеров бокового элемента катушки.

**Abstract.** In industry widely used plastic spool for coiling metal wire and polymers. However, there is a breakage of the spool. The article examines the tensions and elastic deformations in the most loaded points of the spool. According to the analysis selected the optimal ratio of the size of the spool's sidewall.

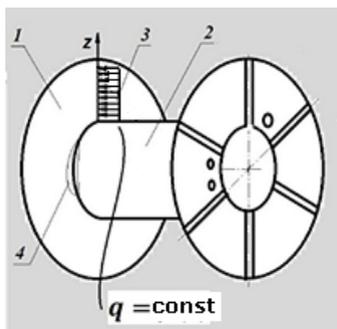
**Ключевые слова:** пластиковая катушка; элементы катушки; гибкая круглая пластина; напряжения; упругие деформации.

**Keywords:** plastic spool; details of spool; flexible round plate; tensions; elastic deformations.

Пластиковые катушки типоразмеров Д200 и Д300 по ГОСТ 25445-82 широко используются в промышленности, в частности, для смотки проволоки, полимерного кабеля для 3D-принтеров и т. д. Конструктивно катушка состоит из двух плоских боковин 1 (рис. 1), имеющих форму кольцевой пластины, и жестко соединяющих их барабана 2.

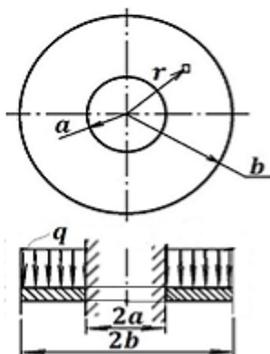
При использовании пластиковых катушек для смотки сварочной проволоки на ОАО «ММК-МЕТИЗ» отбраковывается до 10 % катушек по причине разрушения боковины катушки (сколы боковины и ее отрыв от барабана с образованием трещины 4 на начальной стадии отделения). Разрушения катушек происходят при многорядной намотке проволоки на барабан, как следствие упругой деформации от давления витков проволоки на боковины. Определение причин разрушения катушек особенно актуально при использовании для изготовления катушек пластиковых материалов вторичной переработки, которые обладают худшими прочностными характеристиками. Поэтому необходимо исследовать напряженно-деформированное состояние боковины катушки и определить места опасных напряжений.

Боковина катушки 1 представляет пластину с круговым вырезом, жестко защемленную в сердечнике 2 катушки, нагруженную перпендикулярно ее срединной плоскости распределенной нагрузкой. В результате действия нагрузки образуется трещина 4.



**Рисунок 1. Схема конструкции пластиковой катушки и нагрузки на боковину**

Для выяснения причин разрушения катушки рассмотрим её боковину, как тонкую упруго деформируемую пластину, имеющую форму кольца с размерами  $b$ ,  $a$  и  $h$ , где  $b$  - внешний радиус,  $a$  - внутренний радиус,  $h$  - толщина боковины (рис. 2,  $h/b \ll 1$ ). Исследуемая пластина жестко закреплена по внутренней окружности радиуса  $a$ . Нагрузку  $q$  в первом приближении будем считать равномерно распределенной по высоте смотки, т. е.  $q = const$ .



**Рисунок 2. Расчётная схема нагружения боковины катушки**

Проведенными испытаниями в сталепроволочном цехе ОАО «ММК-Метиз» установлено, что реальные прогибы боковины не превышают ее толщины (см. таблицу). Методика испытаний заключалась в замере расстояния между боковинами катушки после ее полного заполнения (до диаметра **2b**) по стандартной технологии намотки проволоки на линии рядной намотки проволоки.

Таблица 1.

## Упругие деформации боковины катушки

Проволока наматываемая на катушку	Фактический диаметр проволоки, мм	Номера катушек	Внутренний/наружный диаметр/толщина боковины, мм	Предельные деформации одной боковины, мм	Упругая деформация в % от толщины боковины
Св-08Г2С	0,78	1-10	110/200/3	0,8-1,0	0,27-0,33
	0,98	11-20	110/200/3	1,1-1,5	0,37-0,5

Таким образом, для расчета напряженно-деформированного состояния точек боковины катушки можно применить уравнения теории упругости для тонких гибких пластин [1]:

Для решения воспользуемся дифференциальными уравнениями Софи Жермен [2]:

$$\frac{d^4 w}{dr^4} + \frac{2}{r} \cdot \frac{d^3 r}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \cdot \frac{dw}{dr} = \frac{q}{D}, \quad (1)$$

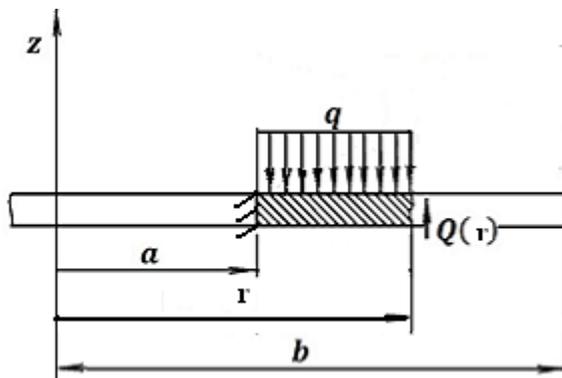
где:  $w$  – поперечная деформация пластины;

$q$  – поперечная нагрузка на боковину;

$r$  – радиус положения точки;

$D$  – цилиндрическая жёсткость пластины,  $D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$

Выделяя кольцевую часть пластины от радиуса  $a$  до радиуса  $r$  ( $r$  – текущая координата внутри интервала  $(a, b)$ , рис. 3), найдем  $Q(r)$  – уравновешивающую поперечную силу, возникающую в пластине и необходимую для составления частного и общего решений уравнения (1).



**Рисунок 3. Схема для определения равновесного состояния пластины**

Поскольку из уравнения равновесия части пластины  $\Sigma F_{zi} = 0$  следует, что

$$2 \cdot \pi r \cdot Q(r) - [\pi \cdot r^2 - \pi \cdot a^2] \cdot q = 0, \quad (2)$$

то получаем необходимое для решения выражение поперечной силы

$$Q(r) = \frac{q(r^2 - a^2)}{2r}. \quad (3)$$

Тогда частное решение уравнения (1) может быть найдено в виде:

$$\begin{aligned} \theta_{\text{ЧАСТН}} &= \frac{q}{4D} \int_a^b \frac{b^2 - r^2}{b} \cdot \frac{r^2 - a^2}{r} dr = \\ &= \frac{q}{4bD} \int_a^b \left( -r^3 + r(a^2 + b^2) - \frac{a^2 b^2}{r} \right) dr, \end{aligned} \quad (4)$$

А общее решение уравнения (1) будет иметь вид:

$$\theta_{\text{ОБЩ}} = A \cdot r + \frac{B}{r} - \frac{q}{16bD} \left( b^4 - a^4 + a^2 b^2 \ln \frac{a}{b} \right), \quad (5)$$

Подставляя в решение граничные условия  $\theta = 0$  при  $r = a$  и  $M_r = 0$  при  $r = b$ , получим уравнения для нахождения постоянных интегрирования  $A$  и  $B$ .

Определим выражения изгибающих моментов действующих на боковину вдоль радиуса  $r$  и в ортогональном ему направлении.

$$M_r = D \left( \frac{\theta}{r} + \mu \theta^I \right) = D \left[ A + \frac{B}{r^2} - \frac{q(b^4 - a^4 + a^2 b^2 \ln \frac{a}{b})}{16 b D r} + \mu \left( A - \frac{B}{r^2} \right) \right]$$

и

$$M_t = D \left( \theta^I + \mu \frac{\theta}{r} \right) = D \left[ A - \frac{B}{r^2} + \mu \left( A + \frac{B}{r^2} - \frac{q(b^4 - a^4 + a^2 b^2 \ln \frac{a}{b})}{16 b D r} \right) \right] \quad (6)$$

Для оценки прочности пластинки необходимо найти напряжения, которые будут максимальны при  $r = a$  и находиться на поверхности пластинки при  $y = h/2$ :

$$\sigma_1 = \frac{6 \cdot M_r}{h^2} = \frac{6 \cdot D}{h^2} \left( \frac{\theta}{r} + \mu \theta^I \right)$$

$$\sigma_2 = \frac{6 \cdot M_t}{h^2} = \frac{6 \cdot D}{h^2} \left( \theta^I + \mu \frac{\theta}{r} \right) \quad (7)$$

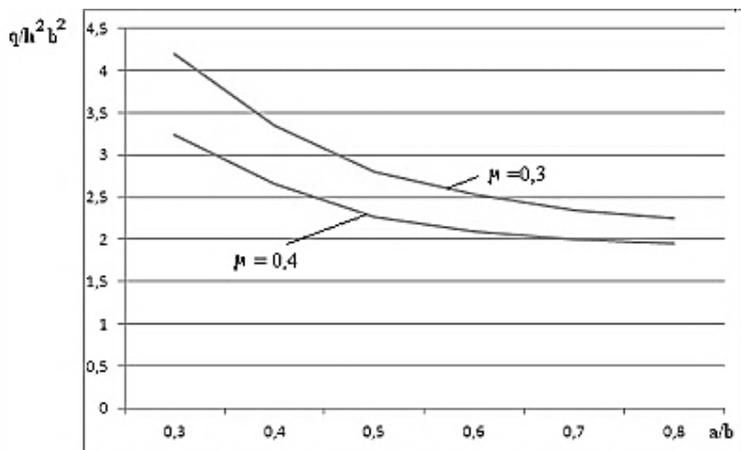
Поскольку материал пластинки пластичный (ударопрочный полистирол), то оценим его эквивалентные напряжения по третьей теории прочности:

$$\sigma_{\text{ЭКВ III}} = \sigma_1 - \sigma_2 = \frac{6}{h^2} (M_r - M_t) =$$

$$= \frac{6 \cdot D}{h^2} \left( \frac{\theta}{r} + \mu \theta^I - \theta^I - \mu \frac{\theta}{r} \right) = \frac{6 \cdot D}{h^2} \left( \frac{\theta}{r} + \theta^I \right) (1 - \mu). \quad (8)$$

Из анализа выражения (8) видно, что эквивалентные напряжения обратно пропорциональны радиусу положения точки  $r$  и поэтому максимальное значение они будут иметь при  $r = a$ .

Найденные из выражения (8) величины напряжений  $\sigma_{\text{ЭКВ III}}$  в критических точках исследуемой боковины катушки, при отношении диаметров  $a/b = 0,3 \dots 0,9$ , (при заданных значениях  $q$ ,  $h$ ,  $b$  и при использовании полимерных материалов с различным коэффициентом Пуассона [3], представлены на графике на рис. 4. Анализ графика позволяет утверждать, что при прочих равных параметрах, оптимальный размер внутреннего (посадочного) диаметра катушки должен составлять не менее 0,5 внешнего диаметра этой катушки.



**Рисунок 4. Зависимость напряжений в боковине катушки от параметра  $a/b$**

Выводы:

1. Определены напряжения в материале бокового элемента катушки для намотки проволоки, как пластины с круговым вырезом, нагруженной распределенной нагрузкой постоянной интенсивности в радиальном направлении, с использованием разрешающего уравнения С. Жермен.

2. С использованием полученных разрешающих уравнений установлены оптимальные соотношения размеров бокового элемента пластиковой катушки.

### Список литературы:

1. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. - М.: Наука, 1979. – 560 с.
2. Яременко А.Ф., Балдук П.Г. Механика материалов и конструкций. Учебное пособие. Научно-методический центр высшего образования. Одесская гос. Академия строительства и архитектуры. - О.: Внешрекламсервис, 2001. – 254 с.
3. Технические свойства полимерных материалов: Учеб.-справ. пособие / В.К. Крыжановский, В.В. Бурлов, А.Д. Паниматченко, Ю.В. Крыжановская. – СПб.: Профессия, 2005. – 248 стр.

4. Конев С.В., Михайлец В.Ф. Оптимизация формы ингибирующей прокладки для оцинкованных труб. Моделирование и развитие процессов обработки металлов давлением: сб. науч. тр. - Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2015. Вып. 21. С. 176-181.
5. Конев С.В., Михайлец В.Ф., Базылева А.А. Исследование упругого контакта штампа с полуплоскостью. Моделирование и развитие процессов обработки металлов давлением: сб. науч. тр. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2013. Вып. 19. С. 67 – 72.

### 1.3. РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ

#### ОБ УЛУЧШЕНИИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СКРЫТНОСТИ СРЕДСТВ РАДИОСВЯЗИ VI ПОКОЛЕНИЯ

**Кислый Валентин Петрович**

адъюнкт,  
Рязанское высшее воздушно-десантное командное училище,  
РФ, г. Рязань

**Кириллин Алексей Викторович**

заместитель начальника службы  
по клиентскому сервису «НПО Ангстрем»,  
РФ, г. Зеленоград

**Федоров Алексей Евстафьевич**

кандидат технических наук, заместитель генерального директора  
по развитию «НПО Ангстрем»,  
РФ, г. Зеленоград

**Фирсов Дмитрий Сергеевич**

канд. физ.-мат. наук, доцент,  
Рязанское высшее воздушно-десантное командное училище,  
РФ, г. Рязань

**Аннотация.** В статье изложены основные требования к сети радиосвязи, как важнейшей составляющей системы управления войсками в условиях современных вооруженных конфликтов. Особое внимание уделено обеспечению пространственной скрытности средств радиосвязи.

**Ключевые слова:** сеть радиосвязи; разведзащищенность; скрытность сетей радиосвязи; псевдослучайная перестройка рабочей частоты.

В современной войне наиболее ярко проявляется тенденция роста зависимости результатов боевых действий от эффективности функционирования систем управления войсками и оружием. По мере

развития средств и способов ведения вооруженной борьбы, наряду с развитием вооружения и военной техники в войсках, приняты на снабжение ВС РФ новые радиоэлектронные средства (средства связи, навигации, радиолокации, управления оружия и военной техникой), которые позволяют более эффективно управлять войсками и оружием [1].

Растет значимость усилий, направленных на решение задач по дезорганизации функционирования систем управления и защите своих аналогичных систем при ведении информационного противоборства. В связи с этим большое внимание уделяется защите средств радиосвязи (СРС) от средств радиотехнической разведки (РТР) противника.

Опыт войсковых учений, вооруженных конфликтов, а также исследования, проводимые в последнее время, показывают, что в настоящее время сеть радиосвязи, как важнейшая составляющая часть системы связи не в полной мере обеспечивает выполнение предъявляемых к ней требований по устойчивости, мобильности, и разведзащищенности.

При организации и обеспечении радиосвязи необходимо учитывать:

- возможность перехвата переговоров;
- возможность определения противником мест нахождения работающих радиостанций и создания им преднамеренных радиопомех, а также уничтожение средствами поражения;
- зависимость состояния связи от условий прохождения радиоволн;
- электромагнитную совместимость (ЭМС) радиоэлектронных средств при совместной работе.

Одним из наиболее важных недостатков существующих сетей радиосвязи является работа радиосетей на закрепленных частотах, что значительно снижает их помехоустойчивость и разведзащищенность, а также постоянное закрепление радиосредств за должностными лицами и определенными радиосетями (радионаправлениями).

Стоит более подробно остановиться на таком требовании к системе связи как разведзащищенность, которая характеризует способность системы связи противостоять всем видам разведки противника.

Из всех видов разведки противника, направленных на вскрытие системы связи, самой эффективной является радиоразведка, позволяющая в реальном масштабе времени определять местоположение и оперативно-тактическую принадлежность радиоизлучающих средств, а по их совокупности – линий и узлов связи. В связи с этим основной составной частью разведзащищенности системы связи является ее защищенность от радиоразведки противника.

Задача добывания радиоразведкой необходимых сведений разбивается на две последовательно решаемые задачи: обнаружение и анализ характеристик радиоизлучений. Причем, если излучающее средство не обнаружено, то оценка его параметров теряет всякий физический смысл [2, с. 91].

При обнаружении факта работы радиоизлучающего средства определяются координаты источника излучения, проводится его семантический анализ, а далее принимается решение об уничтожении или о подавлении.

Способность СРС противостоять действиям РТР, направленным на обнаружение сигналов, измерение параметров и определение направления их прихода, характеризуется понятием скрытность СРС. В зависимости от решаемых РТР задач, скрытность сигналов СРС подразделяется на: энергетическую, пространственную, структурную, информационную и временную.

Таким образом, обеспечение энергетической и пространственной скрытности СРС приобретает первоочередной характер. И если скрыть факт передачи практически невозможно, то затруднить анализ и сделать практически невозможным обнаружение местоположения передатчика на сегодняшний день вполне выполнимая задача.

В радиостанциях комплекса Р-168, стоящих на снабжении Вооруженных сил Российской Федерации, для обеспечения связи в условиях воздействия автоматизированных средств противодействия противника реализован режим ППРЧ (программная перестройка рабочей частоты). Скорость перестройки рабочей частоты УКВ радиосредств - 100 скачков в секунду (ск/с) по заданному алгоритму во всем рабочем диапазоне на 256 частотах, делают этот режим работы неэффективным при использовании средств противодействия. Реалии сегодняшнего дня таковы, что скорости ППРЧ в 100 ск/с недостаточно и станции, работающие в таком режиме, легко могут быть запеленгованы и уничтожены противником как физически, так и поражены средствами радиоэлектронного подавления (РЭП). Также существенным недостатком станций комплекса Р-168 является сложность настройки данного режима, что приводит к его невостребованности в войсках.

В радиостанции шестого поколения Р-187-П1 скорость ППРЧ увеличена до 20000 ск/с. Настройка радиостанции осуществляется по более простым алгоритмам и для работы в режиме ППРЧ, достаточно задать верхнюю и нижнюю границы диапазона частот, в котором будет происходить работа, и выбрать номер псевдослучайной последовательности (ПСП) (логический канал).

Пространственная скрытность СРС характеризует способность препятствовать станции РТР с необходимой точностью определять направление прихода сигналов (или местоположение) СРС [3, с. 35].

Улучшение пространственной скрытности средств радиосвязи возможно также за счет применения ортогонального назначения частот средствам радиосвязи. Принцип ортогонального назначения частот заключается в том, что в каждый момент времени на любой из частот работает передатчик и приемник только одной радиолинии и поэтому возможна работа одновременно нескольких радиолиний в режиме ППРЧ в общем диапазоне частот.

В радиостанции Р-187-П1 ортогональное назначение частот задается на программном уровне и реализовано в виде «логических каналов». Логический канал осуществляет временной сдвиг ПСП. Таким образом, в назначенном диапазоне частот может одновременно функционировать несколько радиосетей, не создавая друг другу взаимных помех и обеспечивая скрытность передаваемой информации.

Применение ортогонального назначения частот в режиме ППРЧ дает возможность:

- сократить количество частот, выделяемых для радиосвязи в режиме с ППРЧ за счет совместного использования общего частотного ресурса;
- затруднить раскрываемость своих радиолиний за счет создания «звездного поля» при одновременной работе большого количества радиолиний на общем частотном ресурсе.

То есть, за счет высокой скорости перестроения передатчика по рабочим частотам и ортогонального назначения частот возникают трудности с определением местоположения передатчика станциями радиотехнической разведки, разведзащищенность сетей радиосвязи, реализованных с помощью станций Р-187-П1, улучшается.

Разведзащищенность средств и линий радиосвязи остается наиболее острой проблемой при обеспечении радиосвязи в условиях современных вооруженных конфликтов. С появлением новых средств радиосвязи возникает необходимость пересмотра влияния дестабилизирующих факторов на систему радиосвязи.

### **Список литературы:**

1. Наука и военная безопасность № 1/2006, стр. 11-13.
2. Боговик А.В., Игнатов В.В. Эффективность систем военной связи и методы ее оценки. – СПб.: ВАС, 2006.
3. Макаренко С.И., Иванов М.С., Попов С.А. Помехозащищенность систем связи с псевдслучайной перестройкой рабочей частоты. Монография. – СПб.: Свое издательство, 2013.

4. Осипов А.С. Военно-техническая подготовка. Военно-технические основы построения средств и комплексов РЭП: учебник / А.С. Осипов; под науч. ред. Е.Н. Гарина. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2013. – 344 с.
5. Палий А.И. Радиоэлектронная борьба: учебник/ А.И. Палий. – Москва 1989 г.
6. Пространственно-временная обработка сигналов в системах радиосвязи. Приложение к журналу «Радиотехника». – М.: Радиотехника, 1992. – 92 с.

## 1.4. ТРАНСПОРТ

### К ВОПРОСУ О ВЫБОРЕ СПОСОБА ПЕРЕВОЗКИ ГРУЗА

*Псеровская Елена Дмитриевна*

*канд. техн. наук, доц. кафедры  
«Логистика, коммерческая работа и подвижной состав»,  
Сибирский государственный университет путей сообщения,  
РФ, г. Новосибирск*

*Балаганская Анастасия Сергеевна*

*аспирант кафедры  
«Логистика, коммерческая работа и подвижной состав»,  
Сибирский государственный университет путей сообщения,  
РФ, г. Новосибирск*

### TO THE QUESTION ABOUT THE CHOICE OF MODE OF TRANSPORT CARGO

*Elena Pserovskaya*

*candidate of engineering sciences, associate professor  
of the Department of Logistics, freight operation and rolling stock,  
Siberian state university of railway engineering,  
Russia, Novosibirsk*

*Anastasia Balaganskaya*

*postgraduate  
at the Department of Logistics, freight operation and rolling stock,  
Siberian state university of railway engineering,  
Russia, Novosibirsk*

**Аннотация.** Автотранспорт остается главным конкурентом железной дороги в перевозке высокодоходных грузов. Главные преимущества автомобильного транспорта перед железнодорожным, о которых говорят все отправители, – доставка груза от двери до двери, прогнозируемость срока доставки. В статье производится анализ рынка транспортных услуг, оцениваются конкурентные

преимущества железнодорожного и автомобильного транспорта, а также приводятся факторы, влияющие на выбор вида транспорта грузоотправителем.

**Abstract.** Road transport remains the main competitor of the railway in the transport of highly profitable cargoes. The main advantages of road transport before the railway, being talked about all senders, are the delivery of cargo from door to door, predictable delivery time. The article analyzes the market for transport services are evaluated the competitive advantages of rail and road transport, as well as factors influencing the choice of transport mode.

**Ключевые слова:** автотранспорт; железнодорожный транспорт; объем перевозок; груз; услуга.

**Keywords:** road transport; railway transport; traffic volume; freight; service.

Грузовладельцы все чаще выбирают в качестве поставщика транспортной услуги автотранспортные компании. Наибольший уклон в сторону автотранспорта произошел с немассовыми грузами, такими как продовольственные и промышленные товары, продукция сельского хозяйства.

Особо резкий спад произошел в 1992 году после перехода страны на рыночную экономику. К этому времени грузовой автотранспорт уже был в состоянии перевозить грузы на расстояние превышающие 2000 км. И с каждым годом показатели работы автотранспорта стабильно растут.

В последние два года, с момента введения экономических санкций наблюдается значительное снижение грузопотока импортных грузов, помимо этого снижается средний объем отправляемых партий груза, что в свою очередь заставляет грузовладельцев в ряде случаев осуществлять перевозку грузов автомобильным транспортом, предлагающим более гибкий подход к объему грузового помещения транспортных средств и стоимости перевозки. К сожалению, отправка сборных грузов в крытых и почтово-багажных вагонах на данный момент имеет достаточно большой срок доставки грузов из-за осуществления сортировок в пути, что в свою очередь ведет к удорожанию перевозок.

Выбирая способ доставки груза отправителю необходимо знать преимущества услуг предлагаемых каждым видом транспорта. Начнем с преимуществ автотранспорта в сравнении с железнодорожным.

Первое преимущество – это высокая скорость и маневренность. Средняя скорость движения грузового автомобиля составляет 50–60 км/ч,

в то время как средняя скорость доставки грузовым поездом равна 20-40 км/ч. Перевозка автомобильным транспортом также выгоднее грузовладельцу тем, что при необходимости возможно оперативно внести изменения в маршрут следования. Доставить груз до нового места назначения на железной дороге, к сожалению, весьма проблематично из-за необходимости прохождения процедуры согласования. Данный вопрос в нынешних рыночных условиях является актуальным, так как в условиях дороговизны кредитных финансовых средств грузовладельцам интересно как можно скорее осуществлять продажу груза.

Клиентов мелкого и среднего бизнеса, а именно они, по статистике, являются главными отправителями грузов 2 и 3 класса в первую очередь привлекает меньший срок доставки грузов, гибкая тарифная система, возможность доставки «от двери до двери». Поскольку груз не имеет перегрузки в пути следования он более защищен от возможных повреждений. Простое документальное оформление перевозки, отсутствие сложной схемы документооборота является одной из самых действенных схем продаж услуг. Проще говоря, клиенту достаточно позвонить в компанию, чтобы заказать машину.

Но, конечно же, автомобильный транспорт имеет и недостатки, оказывающие влияние на выполнение условий перевозки, например, пропускная способность автодорог, погодные условия, поломка автомобиля, нельзя не упомянуть о гораздо большем ущербе, наносимом окружающей природной среде.

Также следует упомянуть про систему сбора оплаты за проезд по федеральным трассам «ПЛАТОН». Система Платон – это новая система электронных обязательных платежей в России для автовладельцев грузового транспорта. По нормативным документам, которые, в свою очередь, юридически заверены, автомобили грузоподъемностью более 12 тонн должны вносить плату за нанесенный ущерб региональным и федеральным дорогам России, что ведет к удорожанию перевозки.

Конечно, данная система в перспективе улучшит качество автомобильных перевозок, но на сегодняшний день восприняли ее негативно, что также снизило число клиентов на автотранспортном рынке.

Железнодорожные перевозки в свою очередь также имеют ряд преимуществ. Данный вид перевозки отличается высокой степенью надежности. При использовании контейнеров для перевозки порча груза практически невозможна, так как груз защищен от атмосферного и механического воздействия. Погрузочно-выгрузочные

операции с грузом происходят только в присутствии представителя компании заказчика, поэтому также исключается возможность хищения. Также железная дорога позволяет транспортировать грузы громоздкие и тяжеловесные и имеет для этого специальный подвижной состав.

Автомобильные перевозки менее надежны в сравнении с железнодорожными, так как существует возможность угона транспортного средства и, соответственно, утраты груза. Кроме того, по статистике дорожнотранспортных происшествий автотранспорт является более опасным средством передвижения, чем железнодорожный.

Другим несомненным преимуществом железнодорожного транспорта является стабильность работы. Железная дорога работает 365 дней в году и 24 часа в сутки, в то время как перевозка грузов автотранспортом зависит от погодных условий, а также от состояния дороги и часто времени суток.

Также можно отметить, что грузоподъемность грузовых вагонов может достигать 75 тонн, а количество вагонов в составе до 100 и более вагонов, что позволяет перевозить огромные партии груза за один раз.

Если сравнивать стоимость перевозки груза, то она в первую очередь она зависит дальности перевозки, на короткие расстояния выгоднее использовать автомобиль, а при перевозке на большие расстояния дешевле обходится транспортировка по железной дороге.

Для более детального сравнения условий перевозки грузов каждым из этих видов транспорта, рассмотрим рынок услуг, предлагаемых клиентам в городе Н.

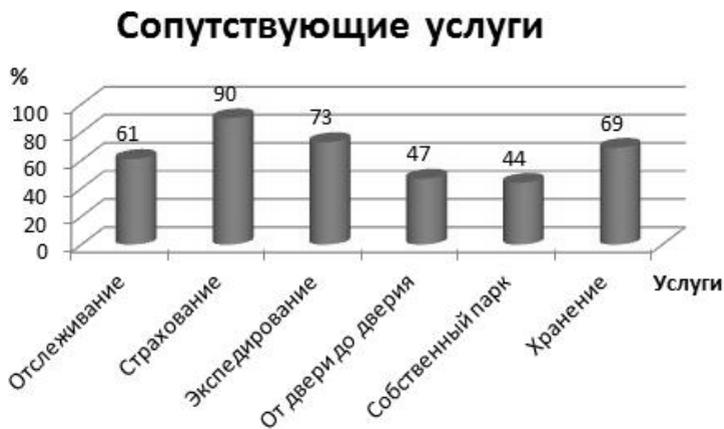
На сегодня до 70 % автомобильных перевозок осуществляется через экспедиторские компании и около 30 % перевозок выполняют автотранспортные компании, владеющие собственным парком автомобилей и штатом водителей.

Экспедиторские компании обслуживают заявки грузоотправителей (клиентов) в большинстве случаев без планирования обратного грузёного рейса. За счёт того, что, являясь посредниками между грузоотправителями и автоперевозчиками, экспедиторские компании берут плату за свои услуги, их тарифы выше, чем у транспортных компаний. Недостаток в технологии работы транспортных компаний – обязательный поиск обратного заказа, для возможности оборота автомобиля с водителем без порожнего пробега, поэтому компания может не принимать определённую часть заказов. Транспортные компании больше следят за эффективностью использования парка автотранспорта, чем за удовлетворением спроса в перевозках грузов, поэтому схема работы через экспедиторские компании прочно утвердилась на рынке перевозок.

На сегодняшний день на территории города Н находится 1786 транспортных компаний и их филиалов. Около тысячи из них находится на территории правого берега и в непосредственной близости к Бугринскому, Димитровскому и Октябрьскому мостам.

Официальные сайты есть только у 934 из 1786 организаций. Однако официальная информация представлена не на всех. Свой выбор мы остановили на нескольких наиболее крупных транспортно-экспедиционных компаниях города. В первую очередь были рассмотрены предлагаемые транспортные средства (принадлежность), а также основные и дополнительные услуги, которые они могут предоставить.

Исследуя официальные сайты транспортных компаний, можно сказать, что наиболее популярной сопровождающей услугой является страхование. Также распространенными услугами являются отслеживание продвижения, экспедиция и хранение грузов. Кроме того, встречаются такие услуги как предоставление грузчиков, вывоз груза, погрузо-разгрузочные работы, упаковка и подготовка к перевозке. Несмотря на то, что складские услуги предоставляют 69 из 183, собственные складские площади имеет только 11 организаций. На рисунке 1 показана насыщенность рынка сопутствующими услугами.



**Рисунок 1 – Процент ТК, предоставляющих сопутствующие услуги**

Анализируя стоимость перевозки, которую ТК предлагают своим клиентам, можно сделать вывод, что некоторые компании необоснованно ее завышают, тогда как другие демпингуют. Однако среднее значение цен является вполне реалистичным.

Следует отметить, что стоимость перевозки грузов по железной дороге зависит от класса груза, чем выше класс, тем больше стоимость его перевозки, в то время как на автотранспорте отсутствует деления грузов на классы, однако стоимость перевозки особенно для груза третьего класса заметно выше. Для достоверности результатов сравнения рассмотрим грузы разных тарифных классов (в качестве примера для груза первого тарифного класса выбраны пиломатериалы, второго – крупа, и третьего – черные металлы).

До данным различных ТК, стоимость перевозки автотранспортом грузов первого тарифного класса на восточном направлении (Хабаровск) варьируется от 231400 рублей до 770856 рублей. На западном направлении (Ростов-на-Дону) начинается со 121500 рублей и доходит до 444567 рублей.

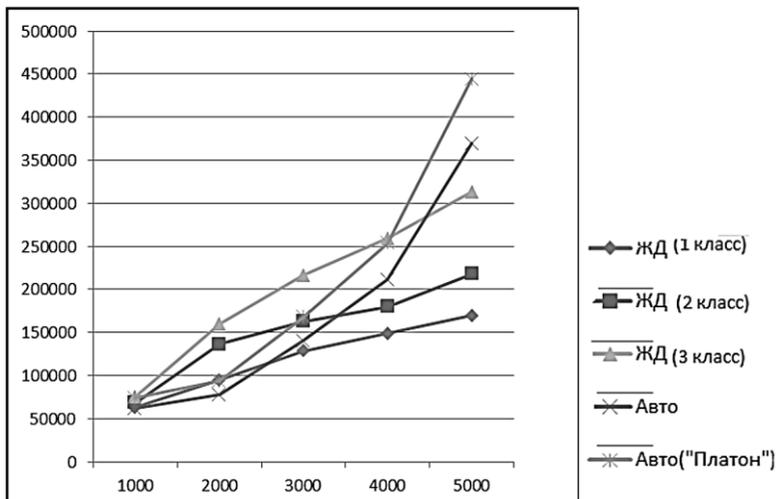
Стоимость перевозки грузов второго тарифного класса на восточном направлении – от 235000 рублей до 770856 рублей. На западном направлении начинается со 125000 рублей и доходит до 444567 рублей.

Стоимость перевозки грузов третьего тарифного класса на восточном направлении – от 373000 рублей до 970856 рублей. На западном направлении начинается с 215000 рублей и доходит до 744567 рублей.

Стоимость перевозки тех же грузов, но железнодорожным транспортом, составляет при доставке до Хабаровска: первый класс – 167858 рублей, второй класс – 239748 рублей, третий класс – 254501 рублей. При доставке до Ростова-на-Дону: первый класс – 145898 рублей, второй класс – 178308 рублей, третий класс – 255172 рублей.

Из приведенных данных видно, что перевозки грузов железнодорожным транспортом на данные направления наиболее выгодны, но уступают автотранспорту по скорости доставки. Срок доставки груза до Хабаровска автотранспортом варьируется от 9 до 13 суток, а железнодорожным равен 15 суток.

Чтобы определить при каких расстояниях какой вид транспорта является менее затратным, выполним графический анализ перевозки грузов первого, второго и третьего тарифных классов по железной дороге и на автотранспорте (по ценам одной из самых недорогих транспортно-экспедиционных компаний) с учетом и без учета сбора оплаты по системе «ПЛАТОН». График представлен на рисунке 2.



**Рисунок 2. График изменения стоимости перевозки грузов железнодорожным и автомобильным транспортом**

Из графика видно, что введение сбора оплаты по системе «ПЛАТОН» внесло значительные коррективы в принятие решений по выбору менее затратного способа перевозки. Так перевозку грузов первого класса дешевле осуществлять автотранспортом на расстояние примерно до 1400 км, в то время как без введения системы «ПЛАТОН» это расстояние было равно почти 2000 км, при больших расстояниях экономичнее перевозить груз железнодорожным транспортом. Груз второго класса дешевле перевозить по железной дороге на расстояния от 2200 км (без учета сбора 2800км), а груз третьего тарифного класса – от 3400 км (без учета сбора 4000 км).

Таким образом, зная преимущества рассматриваемых видов транспорта, отправитель сможет выбрать тот, который обеспечит ему не только требуемые условия перевозки, но и экономию транспортных затрат.

### Список литературы:

1. Сравнительная характеристика автомобильных и железнодорожных грузоперевозок [Электронный ресурс]. – URL: <http://bibs-science.ru/articles/ar90.pdf>.
2. Железная дорога и автоперевозчики конкурируют за грузы [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.vedomosti.ru/business/articles/2014/12/02>.
3. Псеровская Е.Д. О реализации принципов клиентоориентированности в системе продаж услуг // Транспортные системы: тенденции развития: сб. науч. тр. М, 2016. С. 231-234

## 1.5. ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ, МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОЕ И ХИМИЧЕСКОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ

### ВНЕДРЕНИЕ СИНТЕТИЧЕСКИХ ЭФИРОВ В ТРАНСФОРМАТОРОСТРОЕНИИ

*Мозуль Никита Андреевич*

*бакалавр,  
Санкт-Петербургский Государственный  
Электротехнический Университет "ЛЭТИ",  
РФ, Санкт-Петербург*

### INTRODUCTION SYNTHETIC ESTER IN PRODUCTIONS OF TRANSFORMERS

*Nikita Mozul*

*bachelor,  
Saint-Petersburg State Electrotechnical University "LETI",  
Russia, Saint-Petersburg*

**Аннотация.** Во всех производственно-энергетических комплексах на всем пути передачи, преобразования и распределения электроэнергии основными элементами электрических связей и источниками питания промышленных установок являются силовые трансформаторы, которые требуется совершенствовать. В статье предложен современный способ модернизации трансформаторостроения.

**Abstract.** In all production and energy complexes along the entire path of transfer, conversion and distribution of electricity, the main elements of electrical connections and power sources of industrial plants are power transformers, which are required to be improved. The article suggests a modern way of modernization of transformer.

**Ключевые слова:** трансформатор; синтетический эфир; расчет; проектирование; безопасность.

**Keywords:** transformer; synthetic ester; calculation; design; safety.

Трансформаторостроение является одной из самых крупных и многономенклатурных подотраслей электротехнической промышленности. Разнообразие областей применения и условий работы служит причиной исключительно большого количества типов и типоразмеров трансформаторов, используемых в большой электроэнергетике, различных отраслях народного хозяйства.

Высокие напряжения, большие токи и вызванные этим повышенные электрические и электромагнитные нагрузки в активных материалах наряду со спецификой технологии производства и испытаний этой группы электротехнического оборудования относят разработку и производство силовых трансформаторов к разряду одних из наиболее сложных электрических изделий со своими специфическими проблемами и задачами. Среди обширной номенклатуры силовых трансформаторов представлены трансформаторы общего назначения и трансформаторы специальные, трансформаторы масляные и сухие, трансформаторы повышающие и автотрансформаторы связи, двух- и трехобмоточные, с РПН и ПБВ и т. д.

Одной из закономерностей научно-технического прогресса является опережающие темпы роста ряда отраслей, которые в наибольшей мере определяют интенсивность общественного производства. Незримым участником всех коренных изменений и преобразований в орудиях труда, материалах и процессах является электроэнергия.

Среди факторов, связанных с наличием достаточных источников энергии, важное значение в постоянном пополнении энергетических ресурсов имеет совершенствование технической базы электрификации.

Вариантом для улучшения характеристик трансформатора является замена обычного трансформаторного масла, используемого в масляных трансформаторах, на синтетический эфир MIDEL 7131.

Основной причиной выхода из строя трансформатора является пробой. Защитой от пробоя служит бумажная (картонная) изоляция, главной причиной потери ее изоляционных свойств служит влага. Влага ускоряет разложение целлюлозы, что в большинстве случаев приводит к сокращению срока службы трансформаторов.

С помощью синтетического эфира можно поддерживать целлюлозу в более сухом состоянии, увеличивая тем самым срок службы трансформатора. Синтетический эфир является одной из наиболее влагостойких жидкостей. Он будет поглощать намного больше воды, чем минеральное масло и даже натуральный эфир, при этом ее диэлектрические свойства останутся неизменными.

Пробивное напряжение обычного трансформаторного масла составляет 20 ppm. При использовании синтетического эфира это показатель находится на уровне 300 ppm, при большей концентрации влаги в нем.

При установке трансформатора в районах с экстремальными температурами синтетический эфир будет показывать куда лучшие рабочие свойства по сравнению с минеральным маслом.

Так же, минеральное масло является токсичным и опасным для окружающей среды. Если же применять синтетический эфир, то трансформаторы с ним можно устанавливать и в плотной городской застройке и в экологически чистых местах не опасаясь за окружающую среду. Синтетический эфир полностью безопасен и при попадании в почву биоразлагается в течении 30 дней.

Обычное трансформаторное масло является пожароопасным, так как легко воспламеняется и хорошо горит. Синтетический эфир же имеет очень высокую температуру воспламенения и не является горючим. Это дает возможность установки трансформатора с такой изоляцией повсеместно.

Для проекта трансформатора с синтетическим эфиром потребуется произвести следующие расчеты:

- Расчет обмоток;
- Расчет потерь короткого замыкания;
- Расчет напряжения короткого замыкания;
- Механический расчёт обмоток;
- Расчет магнитной системы трансформатора;
- Расчет потерь холостого хода;
- Расчет тока холостого хода;
- Тепловой расчет трансформатора;
- Расчет системы охлаждения;

Отличие от расчета обычного трансформатора состоит лишь в закладывании иных изоляционных расстояний и испытательных параметров. Конструктивных изменений в обмотках и магнитной системе не требуется

### **Заключение**

В настоящей работе были предложены новшества для проектирования трансформатора, благодаря которым его можно будет использовать в экологически чистых районах, в зонах городских застроек и на пожароопасных объектах. В случае аварии диэлектрическая жидкость, которой наполнен трансформатор, не воспламеняется, а в случае попадания в землю будет полностью биоразложена в течении 30 дней, не причиняя вред окружающей среде.

**Список литературы:**

1. Беспалов В.Я. Электрические машин: учебник / В.Я. Беспалов [и др.]. – М.: Академия, 2006. – 313 с.
2. Ванурин В.Н. Электрические машины: учебник / В.Н. Ванурин. – М.: Энергия, 2006. – 380 с.
3. Дымков А.М. Расчет и конструирование трансформаторов: учебник / А.М. Дымков. – М.: Высш. шк., 1971. – 264 с.
4. Ермолин Н.П. Расчет силовых трансформаторов: пособие по курсовому проектированию / Н.П. Ермолин, Г.Г. Швец. – Л.: ЛЭТИ, 1964. – 167 с.
5. Тихомиров П.М. Расчёт трансформаторов: Учеб. пособие для вузов – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 528 с.

## РАЗДЕЛ 2.

### МАТЕМАТИКА

#### 2.1. ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

#### ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИЙ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ЧАСТЯМ

*Белоусов Алексей Григорьевич*

*канд. техн. наук, доцент,  
Брянский государственный технический университет – БГТУ,  
РФ, г. Брянск*

#### CALCULATION OF INTEGRALS OF SOME FUNCTIONS WITHOUT PARTIAL INTEGRATION

*Alexey Belousov*

*candidate of engineering sciences, assistant professor  
in Bryansk State Technical University – BSTU,  
Russia, Bryansk*

**Аннотация.** В статье рассматривается подход к нахождению неопределённых интегралов для функций множеств, замкнутых относительно дифференцирования, без применения интегрирования по частям. Подход основывается на использовании метода неопределённых коэффициентов. Выполняется сравнение эффективности с традиционно используемым методом интегрирования по частям.

**Abstract.** The article is devoted to one method for indefinite integrals calculation for functions of sets, closed for differentiation. Our approach

doesn't use partial integration; it is based on the method of undetermined coefficients. We also compare an efficiency of this method and partial integration.

**Ключевые слова:** неопределённый интеграл; интегрирование по частям; метод неопределённых коэффициентов; замкнутое множество.

**Keywords:** indefinite integral; partial integrations; method of undetermined coefficients; closed set.

Интегрирование функций является одной из наиболее сложных операций математического анализа, особенно в случаях, когда подынтегральная функция является произведением или композицией нескольких элементарных функций. Для вычисления неопределённого интеграла произведения двух и более элементарных функций, непрерывно дифференцируемых на своей области определения, а также в ряде других случаев, распространённым методом является интегрирование по частям. Данный метод позволяет интегрировать многие функции, тяжело поддающиеся интегрированию другими методами, однако он в общем случае трудоёмок и характеризуется высокой вероятностью ошибок при использовании, причём эти ошибки сложны в обнаружении [5, с. 341]. В некоторых случаях, традиционно предполагающих интегрирование по частям, возможно избежать его. Рассмотрим, каким образом это сделать, пользуясь понятием множеств, замкнутых относительно дифференцирования, и основываясь на сведении задачи интегрирования к задаче дифференцирования. Хотя интегрирование и дифференцирование – взаимобратные, ошибочно полагать, что по уровню сложности это примерно равные задачи. Интегрирование в общем случае – намного более сложная задача, поскольку требует большого опыта и умения заметить, к какому методу интегрирования следует свести исходный интеграл [5, с. 340].

Примеры множеств, замкнутых относительно операций, в учебной литературе обычно сводятся к операциям над числами. Так, ряд подобных примеров представлен в [1, с. 13-14] и [3]. Менее тривиальный пример замкнутого множества – множество элементарных функций вида  $f: R \rightarrow R$ , с операцией дифференцирования, поскольку производная элементарной функции тоже элементарная функция [4]. С практической точки зрения, интерес вызывают подмножества элементарных функций, замкнутые относительно дифференцирования и описываемые конечным числом параметров.

Знание о замкнутости относительно дифференцирования даёт важную информацию: первообразная, не считая произвольную постоянную, во многих случаях (хотя и не всегда) будет иметь такой же вид, как и интегрируемая функция, но с другими значениями параметров. Если вид первообразной и интегрируемой функций одинаковый, интегрирование сводится к методу неопределённых коэффициентов. Дифференцируется функция с неопределёнными коэффициентами, путём решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неопределённых коэффициентов восстанавливаются коэффициенты первообразной.

Так, замкнутым является всякое множество вида  $e^{ax}P_n(x)$ ,  $a \in R, n \in N \cup \{0\}$ , где  $P_n$  – полином степени не выше  $n$ , значения  $a, n$  фиксированы (обозначим данное множество как  $EP(a, n)$ ). Это может быть доказано следующим образом. При  $n > 0$  верно следующее:

$$\begin{aligned}(e^{ax}P_n(x))' &= (e^{ax})'P_n(x) + e^{ax}(P_n(x))' = ae^{ax}P_n(x) + e^{ax}\tilde{P}_{n-1}(x) = \\ &= e^{ax}(aP_n(x) + \tilde{P}_{n-1}(x)) = e^{ax}Q_n(x)\end{aligned}$$

где  $Q_n$  также полином степени не выше  $n$ . При  $a = 0$  выполненные преобразования остаются корректными: функция вида  $e^{ax}$  вырождается в константу, но дифференцирование экспоненты по правилу  $(e^{ax})' = ae^{ax}$  даст 0 при  $a = 0$ , как и дифференцирование константы. При  $n = 0$  свойство также выполняется, поскольку константа рассматривается как полином нулевой степени, то есть функции вида  $be^{ax}$ ,  $b \in R$  принадлежат  $EP(a, 0)$ .

$EP(a, n)$  описывается  $n + 2$  параметрами: это коэффициент  $a$  и  $n + 1$  коэффициент полинома. Интегрирование функций на  $EP(a, n)$  при  $n > 0$  сводится к решению СЛАУ порядка не выше  $n + 1$ . Неизвестные – коэффициенты при полиноме в первообразной, а значение  $a$  в первообразной совпадает с таковым в подынтегральной функции.

Приведём пример. Пусть требуется найти интеграл  $\int (3x + 1)e^{2x} dx$ .

Исходная функция на множестве  $EP(2, 1)$ . Требуется искать первообразную в виде  $(px + q)e^{2x} + C$ . Дифференцируем функцию с неопределёнными коэффициентами  $p, q$ :

$$((px + q)e^{2x})' = 2(px + q)e^{2x} + pe^{2x} = e^{2x}(2px + (p + 2q)).$$

Восстанавливаем значения коэффициентов:

$$\begin{cases} 2p = 3 \\ p + 2q = 1 \end{cases} \Rightarrow p = 1,5, q = \frac{1-p}{2} = -0,25$$

Для сравнения приведём решение с помощью интегрирования по частям:

$$\begin{aligned} \int (3x+1)e^{2x} dx &= \left[ \begin{array}{l} u = 3x+1; du = 3dx \\ dv = e^{2x}; v = 0,5e^{2x} \end{array} \right] = 0,5(3x+1)e^{2x} - \int 1,5e^{2x} dx = \\ &= 0,5(3x+1)e^{2x} - 0,75e^{2x} + C = e^{2x}(1,5x + 0,5 - 0,75) + C = \\ &= e^{2x}(1,5x - 0,25) + C \end{aligned}$$

Если не считать текстовых комментариев при сравнении длины математических выкладок и учесть сложность выполняемых операций для человека, интегрирование по частям оказывается нерациональным.

Практически важным является вопрос, какой из методов рациональнее при высоких значениях  $n$ . Интегрирование по частям для функции вида  $e^{ax}(k_0 + k_1x + \dots + k_nx^n)$ ,  $k_i \neq 0, i = 0, 1, \dots, n$  сводится к интегрированию функции того же вида, но со степенью полинома на 1 ниже, делается это за  $O(n)$  операций. Всего требуется до  $n$  раз воспользоваться формулой интегрирования по частям, следовательно, трудоёмкость составляет  $O(n^2)$  операций, не считая упрощения полученных выражений путём приведения подобных слагаемых.

Теперь оценим трудоёмкость метода определённых коэффициентов. Первообразная имеет вид  $e^{ax}(b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n) + C$ . Её производная:

$$e^{ax}(ab_0 + ab_1x + \dots + ab_nx^n + b_1 + 2b_2x + \dots + nb_nx^{n-1})$$

Таким образом, получаем СЛАУ вида:

$$\begin{cases} ab_i + (i+1)b_{i+1} = k_i, i = 0..n-1 \\ ab_n = k_n \end{cases}$$

Матрица СЛАУ является двухдиагональной, СЛАУ может быть решена за  $O(n)$  операций. Количество операций, требуемых для составления СЛАУ, также  $O(n)$ . Таким образом, для полиномов высоких степеней метод неопределённых коэффициентов выигрывает по порядку числа операций. Это важно как при решении человеком, так и в случае программной реализации. Наконец, если при программном решении некоторой задачи требуется вычислять неопределённые интегралы только для функций  $EP(a, n)$ , то также важно учесть, что алгоритм применения интегрирования по частям окажется относительно трудным для программирования.

Рассмотрим другой пример замкнутого множества, когда интегрирование по частям иррационально. Это множество вида  $e^{ax}(p \cos bx + q \sin bx)$ ,  $a, b, p, q \in R$ . В вузовской литературе обычно рассматриваются ситуации  $p = 0$  или  $q = 0$ . Интегрирование по частям применяется дважды, чтобы свести исходный интеграл к нему же самому и решить уравнение относительно интеграла [2, с. 22-23]. Метод неопределённых коэффициентов даст более короткое решение: первообразная функции  $e^{ax}(p \cos bx + q \sin bx)$  будет иметь тот же вид (не считая произвольную постоянную), но с другими  $p, q$ . Требуется свести расчёт двух неизвестных коэффициентов к СЛАУ второго порядка и решить данную СЛАУ, что проще, чем интегрировать по частям. Сравним два метода для интеграла

$$\int e^{2x} \cos x dx$$

Метод неопределённых коэффициентов:

$$\int e^{2x} \cos x dx = e^{2x}(p \cos x + q \sin x) + C;$$

$$(e^{2x}(p \cos x + q \sin x))' = e^x(2p \cos x - p \sin x + 2q \sin x + q \cos x);$$

$$\begin{cases} 2p + q = 1 \\ -p + 2q = 0 \end{cases} \Rightarrow p = 2q; 5q = 1; q = 0,2; p = 0,4$$

Интегрирование по частям:

$$I = \int e^{2x} \cos x dx = \left[ \begin{array}{l} u = \cos x; du = -\sin x dx \\ dv = e^{2x} dx; v = 0,5e^{2x} \end{array} \right] = 0,5e^{2x} \cos x + 0,5 \int e^{2x} \sin x dx;$$

$$\int e^{2x} \sin x dx = \left[ \begin{array}{l} u = \sin x; du = \cos x dx \\ dv = e^{2x} dx; v = 0,5e^{2x} \end{array} \right] = 0,5e^{2x} \sin x - 0,5 \int e^{2x} \cos x dx;$$

$$I = 0,5e^{2x} \cos x + 0,5(0,5e^{2x} \sin x - 0,5I);$$

$$1,25I = e^{2x} (0,5 \cos x + 0,25 \sin x) + C;$$

$$I = e^{2x} (0,4 \cos x + 0,2 \sin x) + C$$

Наиболее очевидный способ получения других замкнутых множеств, для которых можно аналогичным образом применять метод неопределённых коэффициентов, – поиск их среди множеств функций, составленных из двух и более функций следующих классов:

K<sub>1</sub>)  $re^{ax}$ ,  $a, r \in R$  (экспоненты и константы,  $a$  фиксируется);

K<sub>2</sub>)  $P_n(x)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  (полиномы степени не выше  $n$  и константы,  $n$  фиксируется; если рассматривать полиномы степени ровно  $n$ , то замкнутости нет, например, производная кубической функции не является кубической функцией, но всё ещё остаётся функцией вида «полином степени не выше 3»);

K<sub>3</sub>)  $a \sin bx + c \cos bx$ ,  $a, b, c \in R$  ( $b$  фиксируется), может быть также взят более широкий класс функций

$$a \sin(bx + q), c \cos(bx + q), a, b, c, q \in R,$$

$b, q$  фиксируются.

Например, замкнутым относительно дифференцирования является множество вида  $P_n(x) \sin bx + Q_n(x) \cos bx$ . Следует обратить внимание, что могут быть получены множества, замкнутые относительно операции дифференцирования, но для функций которых при интегрировании первообразная будет не всегда иметь тот же вид, что и интегрируемая функция. Пример – функции, получаемые делением двух полиномов (т. е. функций класса K<sub>2</sub>): интеграл функции такого вида необязательно того же вида, хотя имеет место замкнутость относительно дифференцирования: производная дроби с полиномами в числителе и знаменателе также дробь с полиномами в числителе и знаменателе. Например, следующая первообразная не сводится к делению полиномов:

$$\int \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 1} dx = 2x - \arctg x + C$$

Таким образом, замкнутость множества относительно дифференцирования не гарантирует, что при интегрировании функции из данного множества будет получена первообразная на этом же множестве. Однако проще сначала проверить, замкнуто ли множество функций относительно дифференцирования, нежели сразу пытаться определить, как выглядят первообразные для функций множества. Проверка замкнутости относительно дифференцирования – относительно быстрый способ выявления множеств функций, которые целесообразно исследовать на возможность интегрирования функций методом неопределённых коэффициентов.

Подробно опишем один из способов составления замкнутых относительно дифференцирования множеств функций на основе функций, принадлежащих другим замкнутым множествам. Пусть  $S_1, S_2$  – множества, замкнутые относительно дифференцирования (возможно, пересекающиеся). Рассмотрим множество

$$K_4 = \{f(x)g(x) \mid (f(x), g(x)) \in (S_1, S_2)\}.$$

Произведение функций  $f, g$  имеет вид

$$f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$$

Оба слагаемых принадлежат множеству  $K_4$  за счёт замкнутости множеств  $S_1, S_2$  относительно дифференцирования. Следовательно, если  $K_4$  также замкнут относительно сложения, то он замкнут относительно дифференцирования.

Обратим внимание, что оба множества, для которых выше рассмотрены примеры интегрирования, получены именно таким способом. В частности, сложение функций вида  $e^{\alpha x} P_n(x)$  ведёт к сумме вида  $e^{\alpha x} P_n(x)$ , будут отличаться только коэффициенты полинома. Поскольку используются полиномы степени не выше  $n$ , а не степени ровно  $n$ , утверждение верно и в случае, если у слагаемых произведений будут полиномы разных степеней. Аналогично суммирование произведений функций видов  $K_1$  и  $K_3$  даст сумму того же вида, если оба слагаемых совпадают выражениями в показателе экспоненты и в аргументах тригонометрических функций.

Множество произведений функций видов  $K_2$  и  $K_3$  при одинаковых аргументах тригонометрической функции и значениях  $n$  не замкнуто относительно суммирования. Так, функции  $(x^2 + x)\cos x, x^2 \sin x$  являются произведениями данного вида (используются полиномы

степени 2), но функция  $(x^2 + x)\cos x + x^2 \sin x$  не имеет вид  $(a \sin bx + c \cos bx)P_n(x)$ .

Следует обратить внимание, что при интегрировании с помощью рассмотренного подхода важен правильный выбор замкнутого множества для заданной функции. Пример, не предполагающий использования метода неопределённых коэффициентов, но демонстрирующий суть проблемы, заключается в следующем. Если бы данный подход применялся для интегрирования квадратичной функции, то её нужно было бы рассматривать как полином степени не выше 3, но не как полином степени не выше 2.

Приведём пример использования метода для случая, не сводящегося к  $K_1$ - $K_3$ . Дифференцирование функции вида  $LP_n(x) = P_n(x) \ln x + Q_n(x)$  приводит к функции схожего вида, но с понижением  $n$  на 1:

$$(LP_n(x))' = \frac{P_n(x)}{x} + \tilde{P}_{n-1}(x) \ln x + \tilde{Q}_{n-1}(x) = P_{n-1}^*(x) \ln x + \tilde{Q}_{n-1}(x).$$

Исключение из правила – при вырождении полинома  $P$  в константу, то есть множество «почти замкнуто» относительно дифференцирования. Если брать обратную операцию, то получим, что всегда интеграл  $LP_n(x)$  следует искать на классе  $LP_{n+1}(x) + C$ .

Возможно использование замкнутости относительно дифференцирования и в случае множеств функций более сложной структуры, тяжело поддающихся интегрированию по частям и другим классическим стратегиям интегрирования. Например, интегралы функций  $P_n(x)e^{ax} \cos bx$ ,  $P_n(x)e^{ax} \sin bx$  ищутся на множестве

$$e^{ax}(\tilde{P}_n(x) \cos bx + \tilde{Q}_n(x) \sin bx),$$

где в качестве неопределённых выступают коэффициенты полиномов. Это связано с тем, что множества функций видов  $P_n(x) \sin bx + Q_n(x) \cos bx$  и  $re^{ax}$  замкнуты относительно дифференцирования, а суммирование произведений вида  $(P_n(x) \sin bx + Q_n(x) \cos bx)e^{ax}$  при одинаковых  $b, r$  даёт множество класса  $K_4$ .

Подводя итог, укажем преимущества и недостатки рассмотренного подхода к интегрированию функций. Основные преимущества заключаются в том, что в ряде случаев интегрирование таким способом намного проще, чем интегрирование по частям, а также характеризуется невысокой вычислительной сложностью,

последнее важно в случае программной реализации. Данный подход позволяет легко реализовать взятие неопределённого интеграла в компьютерных программах, когда нужны интегралы функций специальных видов. Основной недостаток – необходимость значительного опыта: человеку, привыкшему использовать традиционные методы интегрирования, сначала будет сложно использовать предложенный. Наконец, класс функций, которые легко интегрируются предложенным способом, ограничен. Частично это компенсируется тем, что для большинства функций легко определить по их виду, будет ли их первообразная по своей структуре им подобна.

### Список литературы:

1. Васильев А.В., Мазуров В.Д. Высшая алгебра: В 2 ч.: Конспект лекций. Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т., 2010. – 143 с.
2. Ельцов А.А., Ельцова Т.А. Высшая математика. Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения. Томск: Томск. гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2003. – 233 с.
3. Что такое замкнутое множество [Электронный ресурс]. – URL: <http://scienceland.info/algebra8/closed-set> (Дата обращения: 05.08.2017).
4. Элементы общей алгебры [Электронный ресурс]. – URL: <http://infopedia.su/5x8fb.html> (Дата обращения: 05.08.2017).
5. Яриков В.В. Иллюстрирующая программа по нахождению первообразной функции для интеграла вида произведения двух непрерывных гладких функций // Международный журнал «Образовательные технологии и общество». – 2011. – Т. 14, № 1. – С. 337–346.

## 2.2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА, АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

### О ПРЕДПОЛАГАЕМОМ МЕТОДЕ ФЕРМА

*Чурсин Вячеслав Борисович*

*канд. физ.-мат. наук, доцент,  
РФ, г. Орск*

### ABOUT THE PROPOSED FERMAT'S METHOD

*Vyacheslav Chursin*

*candidate of physico-mathematical sciences, assistant professor,  
Russia, Orsk*

**Аннотация.** В статье рассматривается доказательство теоремы Ферма для случаев  $n=3,5$ . Целью публикации является показать, что П. Ферма скорее всего обладал методом элементарного доказательства неразрешимости уравнения  $x^n + y^n = z^n$  в ненулевых целых числах. Помимо доказательства теоремы Ферма в публикации рассматриваются новые классы так называемых псевдочетных чисел.

**Abstract.** The article discusses the proof of Fermat's theorem for the cases  $n=3, 5$ . The purpose of the publication is to show that P. Fermat probably possessed the elementary method of proof of the unsolvability of the equation in nonzero integers. In addition to the proof of Fermat's theorem in the publication describes the new classes of the so-called pseudogenic numbers.

**Ключевые слова:** Последняя теорема Ферма, метод элементарного доказательства теоремы Ферма для случаев  $n=3,5$ .

**Keywords:** Fermat's last theorem, the method of the elementary proof of Fermat's theorem for the cases  $n = 3,5$ .

История доказательства Последней теоремы Ферма – это уникальная история математической проблемы, волнующая умы профессиональных математиков и любителей математики на протяжении почти трехсот с лишним лет. Доказательство теоремы, представленное

Эндрю Джон Уайлсом в 1995 г., не сняло другого вопроса – обладал ли П. Ферма элементарными методами доказательства этой теоремы? Сложность доказательства теоремы, предложенного Э. Уайлсом, заставило сомневаться некоторых математиков в самой возможности доказательства данной проблемы. П. Ферма при помощи тех элементарных методов, которые были в его распоряжении. В представленной статье попытаемся дать положительный ответ на поставленный вопрос и показать (пусть хотя бы и для частных случаев), что существуют элементарные методы, при помощи которых можно доказать данную теорему.

Прежде чем переходить к анализу предлагаемых методов, обратимся к знаменитым комментариям, которые дал сам П. Ферма по данной проблеме:

«Невозможно разложить куб на два куба, биквадрат – на два биквадрата и, в общем случае, любую степень, большую двух, в сумму таких же степеней; я нашел поистине чудесное доказательство, но эти поля слишком узки, чтобы его поместить» [1; с. 13].

Исходя из данного комментария, большинство позднейших предложенных методов решения поставленной теоремы трактовались следующим образом:

«Для произвольного натурального  $n > 2$  уравнение вида:

$$x^n + y^n = z^n \quad (1)$$

не имеет решения в целых числах, каждое из которых отлично от 0». Таким образом, если следовать данной трактовке проблемы, то необходимо найти такие целые  $x$ ,  $y$  и  $z$ , которые удовлетворяли бы уравнению (1).

В представленной публикации (в соответствии с комментарием П. Ферма) предлагается сместить акценты и трактовать формулировку задачи в следующем виде:

«Для произвольного натурального  $n > 2$ , при  $y$  и  $z \in Z$ , для уравнение вида:

$$(z - y)(z^{n-1} + z^{n-2}y + z^{n-3}y^2 + \dots + zy^{n-2} + y^{n-1}) + y^n = z^n \quad (2)$$

невозможно представить  $(z - y)(z^{n-1} + z^{n-2}y + z^{n-3}y^2 + \dots + zy^{n-2} + y^{n-1})$  в виде  $n$ -ой степени какого-либо целого числа». Очевидно, что при такой формулировке любые целые  $y$  и  $z$  являются решением уравнения (2). И тогда перед нами стоит только один вопрос: является ли первый слагаемый уравнения (2)  $n$ -ой степенью какого-либо целого числа или нет?

Дальнейшие рассуждения относительно доказательства теоремы Ферма основываются на представлении в виде уравнения (2), а так же некоторых определений и теорем (которые здесь не доказываются и являются предметом рассмотрения последующих публикаций).

**Определение 1.** Пусть  $p$  – простое натуральное число. Тогда однородный симметрический многочлен вида:

$$PEven_p(x, y) = \sum_{i=0}^{p-1} x^{p-1-i} y^i, \quad (3)$$

будем называть псевдочетной по  $p$  функцией, определенной на множестве целых чисел.

В ходе дальнейших рассуждений будем использовать альтернативное представление псевдочетных по  $p$  функций, определенных на множестве натуральных чисел и имеющих вид:

$$PEven_p(x, y)_+ = \sum_{i=0}^{p-1} x^{p-1-i} y^i \text{ и } PEven_p(x, y)_- = \sum_{i=0}^{p-1} x^{p-1-i} (-y)^i.$$

**Определение 2.** Функцию вида  $(x \pm y)$ ,  $x, y \in N$ , будем называть сопряженной с функцией  $PEven_p(x, y)_{\mp}$  и наоборот – функцию  $PEven_p(x, y)_{\mp}$  будем называть сопряженной с функцией  $(x \pm y)$ .

Основным свойством псевдочетных по  $p$  функций является:

**Лемма 1.** Псевдочетная по  $p$  функция обладает следующим свойством:

$$PEven_p(x, y)_{\mp} \equiv \begin{cases} 0 \pmod{p}, & \text{если } (x \pm y) \equiv 0 \pmod{p} \\ 1 \pmod{p}, & \text{если } (x \pm y) \not\equiv 0 \pmod{p} \end{cases}$$

Следует так же отметить и обратное свойство псевдочетных по  $p$  функций, а именно то, что из того, что  $PEven_p(x, y)_{\mp} \equiv 0 \pmod{p}$  следует, что  $(x \pm y) \equiv 0 \pmod{p}$ , и из того, что  $PEven_p(x, y)_{\mp} \equiv 1 \pmod{p}$  следует, что  $(x \pm y) \not\equiv 0 \pmod{p}$ .

**Лемма 2.** Пусть  $p$  – простое натуральное число,  $i = 0, 1, 2, \dots, p-1$  – система наименьших неотрицательных вычетов по модулю  $p$ . Тогда справедлива следующая формула:

$$(p-1)i \equiv (p-i) \pmod{p} \quad (4)$$

**Теорема 1.** Если  $p$  – простое натуральное число, то для всех  $m = 0, 1, \dots, p - 1$  справедливо, что

$$C_{p-1}^m \equiv (-1)^m \pmod{p} \quad (5)$$

Исходя из вышеизложенной трактовки проблемы, попытаемся оценить эффективность предложенного метода и начнем рассмотрение с уравнения вида  $x^2 + y^2 = z^2$ .

При поиске решения уравнения  $x^2 + y^2 = z^2$  будем исходить из следующих условий:

1)  $x^2 = (z - y)(z + y)$ ;

2)  $x, y$  и  $z$  – взаимнопростые натуральные числа;

3) изначально  $(z - y)$  и  $(z + y)$  не предполагаются взаимнопростыми натуральными числами и имеют вид:

$$\begin{cases} z + y = qm^2 \\ z - y = qn^2 \end{cases} \quad (6)$$

где:  $m$  и  $n$  – взаимнопростые натуральные числа.

Для решения системы (6) возведем оба уравнения системы в квадрат и вычтем из первого уравнения системы второе уравнение системы. Получим, что  $4yz = q^2(m^2 - n^2)(m^2 + n^2)$ . Учитывая требование, что  $x, y$  и  $z$  – взаимнопростые натуральные числа, получаем, что  $q^2 = 4$  или  $q = 2$ . Учитывая, что  $y < z$ , получим известную формулу [2; с. 20]:  $(2mn)^2 + (m^2 - n^2)^2 = (m^2 + n^2)^2$ . Из полученного решения можно вывести все хорошо известные свойства уравнения и переменных  $x, y$  и  $z$ . Хотелось бы при этом отметить следующее:

- как видно из применяемого метода, вопрос о разрешимости уравнения  $x^2 + y^2 = z^2$  свелся к вопросу о разрешимости в целых числах системы линейных уравнений с четными свободными членами, имеющими особое представление;

- одночлен  $(2mn)^2$  представляет собой произведение не взаимно простых сомножителей. В частности, если  $z = 13, y = 5$ , то получим, что  $z + y = 18, z - y = 8, \gcd(z + y, z - y) = \gcd(18, 8) = 2$ .

Перейдем к рассмотрению уравнения вида:

$$x^3 + y^3 = z^3 \quad (7)$$

где:  $x, y$  и  $z \in \mathbb{N}$ .

**Лемма 3.** Если справедливо уравнение (7), то из того, что  $z : 3$  следует, что  $x : 3$  или  $y : 3$ .

Доказательство. Преобразуем левую часть уравнения (7) к виду:  $(x + y)PEven_3(x, y)_- = z^3$ . Так как  $z : 3$ , то имеем, что  $(x + y) : 3$  и  $PEven_3(x, y)_- : 3$  (согласно лемме 1). Преобразуем функцию  $PEven_3(x, y)_-$  к виду:  $PEven_3(x, y)_- = (x + y)^2 - 3xy$  (здесь неявно используется теорема 1). В результате раскрытия скобок в уравнении (7), получим уравнение вида:  $(x + y)^3 - 3xy(x + y) = z^3$ . С учетом того, что  $z^3 : 3^3$  и  $(x + y)^3 : 3^3$  следует, что и  $3xy(x + y) : 3^3$ , что возможно, только если  $x : 3$  или  $y : 3$ .

**Лемма 4.** Если справедливо уравнение (7), то из того, что  $x : 3$  следует, что  $y : 3$  или  $z : 3$ .

Доказательство. Преобразуем уравнение (7) к виду:  $x^3 = (z - y) \times PEven_3(z, y)_+$ . Так как  $x : 3$ , то  $(z - y) : 3$  и  $PEven_3(z, y)_+ : 3$  (согласно лемме 1). Преобразуем функцию  $PEven_3(z, y)_+$  к виду:  $PEven_3(z, y)_+ = (z - y)^2 + 3zy$  (здесь неявно используется теорема 1). В результате раскрытия скобок в уравнении (7), получим уравнение вида:  $x^3 = (z - y)^3 + 3zy(z - y)$ . С учетом того, что  $x^3 : 3^3$  и  $(z - y)^3 : 3^3$  следует, что и  $3zy(z - y) : 3^3$ , что возможно, только если  $y : 3$  или  $z : 3$ .

**Лемма 5.** Если справедливо уравнение (7), то из того, что  $y : 3$  следует, что  $x : 3$  или  $z : 3$ .

Доказательство. Так как переменные  $x$  и  $y$  входят симметрично в уравнении (7), то отсюда следует справедливость леммы 5.

Теперь уточним требования к *решению* уравнения (7), а именно: если требуется найти решение уравнения (7), то переменные  $x$ ,  $y$  и  $z$  должны быть взаимнопростыми натуральными числами. Исходя из данного требования и учитывая леммы 3-5, получаем справедливость следующей теоремы 2.

**Теорема 2.** Если существуют решения уравнения (7), то справедливо, что произведение  $x y z$  не делится на 3.

**Теорема 3.** Не существует решения уравнения (7) на множестве  $\mathbb{N}$ .

Доказательство. При доказательстве теоремы 3 будем исходить из метода от противного и предполагать, что существуют решения уравнения (7), которые удовлетворяют следующим условиям:

- 1)  $x^3 = (z - y)PEven_3(z, y)_+$ ;

- 2)  $x y z$  не делится на 3;

- 3)  $x$ ,  $y$  и  $z$  – взаимнопростые натуральные числа;

- 4) изначально  $(z - y)$  и  $PEven_3(z, y)_+$  не предполагаются взаимнопростыми натуральными числами.

Как уже отмечалось ранее, при заданных условиях 1)-4) уравнение (7) является алгебраическим тождеством и остается только выяснить выполнимость условия 1). Для этого, прежде всего, выясним, какими свойствами обладают переменные  $z$  и  $y$ .

Пусть

$$\begin{cases} z - y & = B_0^{3k_0} A_0^{3m_0} A_1^{3n_0+1} A_2^{3p_0+2} \\ PEVEN_3(z, y)_+ & = B_0^{3k_1} C_0^{3m_1} A_1^{3n_1+2} A_2^{3p_1+1} \end{cases}$$

где:  $A_0$  и  $C_0$  – взаимнопростые числа.

Очевидно, что при таком представлении выполняется условие 1). Найдем  $(z - y)^2$ . Тогда с учетом формулы (4) леммы 2, получим:  $(z - y)^2 = B_0^{3k_2} A_0^{3m_2} A_1^{3n_2+2} A_2^{3p_2+1}$ , где  $k_2 = 2k_0$ ,  $m_2 = 2m_0$ ,  $n_2 = 2n_0$ ,  $p_2 = 2p_0 + 1$ . Вычитая  $(z - y)^2$  из второго уравнения системы, получим (с учетом теоремы 1):

$$3zy = B_0^{3\min(k_1, k_2)} A_1^2 A_2^1 (a - b) PEVEN_3(a, b)_+, \quad (8)$$

где:  $a = B_0^{k_1 - \min(k_1, k_2)} C_0^{m_1} A_1^{n_1} A_2^{p_1}$ ,  $b = B_0^{k_2 - \min(k_1, k_2)} A_0^{m_2} A_1^{n_2} A_2^{p_2}$ ,  $\min(k_1, k_2)$  – функция, которая возвращает минимальное значение для значений  $k_1$  и  $k_2$ .

Очевидно, что  $A_1, A_2, B_0$  не могут делиться на 3, так как это означало бы, что  $x : 3$ , что противоречит условию 2). Если ни одно из значений  $A_1, A_2, B_0$  не делится на 3, то это означает, что  $A_1 = A_2 = B_0 = 1$ , так как в противном случае это означало бы, что  $x, y$  и  $z$  не взаимнопростые натуральные числа, что противоречит условию 3) (таким образом, получаем, что  $(z - y)$  и  $PEVEN_3(z, y)_+$  – взаимнопростые натуральные числа). С учетом вышеизложенного, формула (8) принимает вид:  $3zy = (C_0^{m_1} - A_0^{m_2}) PEVEN_3(C_0^{m_1}, A_0^{m_2})_+$ . В полученной формуле левая часть равенства делится на 3, в то время как правая часть делится на  $3^2$  (согласно лемме 1), что означает, что или  $z : 3$ , или  $y : 3$ , что противоречит условию 2). Таким образом, приходим к противоречию, которое и означает, что теорема 3 верна.

Рассмотрим уравнение вида:

$$x^5 + y^5 = z^5 \quad (9)$$

где:  $x, y$  и  $z \in \mathbb{N}$ .

**Лемма 6.** Если  $(x \pm y) \not\equiv 0 \pmod{5}$  и  $xy$  не делится на 5, то  $(x^2 + y^2) \equiv 0 \pmod{5}$ .

Доказательство. Из условия  $(x \pm y) \not\equiv 0 \pmod{5}$  согласно лемме 1 следует, что  $PEven_5(x, y)_\mp \equiv 1 \pmod{5}$ . Тогда  $PEven_5(x, y)_+ - PEven_5(x, y)_- \equiv 0 \pmod{5}$ . Тогда учитывая, что  $PEven_5(x, y)_+ - PEven_5(x, y)_- = 2xy(x^2 + y^2)$ , а так же то, что  $xy$  не делится на 5, 2 и 5 – взаимно простые числа, получаем утверждение леммы 6.

**Лемма 7.** Если справедливо уравнение (9), то из того, что  $z : 5$  следует, что  $x : 5$  или  $y : 5$ .

Доказательство. Преобразуем левую часть уравнения (9) к виду  $(x + y)PEven_5(x, y)_- = z^5$ . Так как  $z : 5$ , то имеем, что  $(x + y) : 5$  и  $PEven_5(x, y)_- : 5$  (согласно лемме 1). Преобразуем функцию  $PEven_5(x, y)_-$  к виду:  $PEven_5(x, y)_- = (x + y)^4 - 5xy(x + y)^2 + 5(xy)^2$  (здесь неявно используется теорема 1). В результате раскрытия скобок в уравнении (9), получим уравнение вида:  $(x + y)^5 - 5xy(x + y)^3 + 5(xy)^2(x + y) = z^5$ . Так как  $z^5 : 5^5$ , то из этого с необходимостью следует, что  $z^5$  так же делится на  $5^4$ , на  $5^3$  и так далее. Однако, из делимости на  $5^4$  выражения  $(x + y)^5 - 5xy(x + y)^3$  не следует делимость на  $5^4$  выражения  $5(xy)^2(x + y)$ , когда  $xy$  не делится на 5. Следовательно, для делимости на  $5^4$  выражения  $5(xy)^2(x + y)$  необходимо, что бы  $x : 5$  или  $y : 5$ , из чего и следует справедливость леммы 7.

Аналогичным способом доказываются леммы 8 и 9.

**Лемма 8.** Если справедливо уравнение (9), то из того, что  $x : 5$  следует, что  $y : 5$  или  $z : 5$ .

**Лемма 9.** Если справедливо уравнение (9), то из того, что  $y : 5$  следует, что  $x : 5$  или  $z : 5$ .

Поиск решения уравнения (9) будем осуществлять при условии, что  $x, y, z$  являются взаимно простыми натуральными числами. Тогда с учетом вышеуказанного условия и лемм 7-9 справедлива следующая теорема 4.

**Теорема 4.** Если существуют решения уравнения (9), то справедливо, что произведение  $xyz$  не делится на 5.

**Теорема 5.** Не существует решения уравнения (9) на множестве  $\mathbb{N}$ .

Доказательство. При доказательстве теоремы 5 будем исходить из метода от противного и предполагать, что существуют решения уравнения (9), которые удовлетворяют следующим условиям:

$$1) x^5 = (z - y)PEven_5(z, y)_+;$$

- 2)  $xy$  не делится на 5;
- 3)  $x$ ,  $y$  и  $z$  – взаимно простые натуральные числа;
- 4) изначально  $(z - y)$  и  $PEven_5(z, y)_+$  не предполагаются взаимнопростыми натуральными числами и представляются следующим образом:

$$\begin{cases} z - y &= B_0^{5k_0} A_0^{5m_0} A_1^{5n_0+1} A_2^{5p_0+2} A_3^{5q_0+3} A_4^{5r_0+4} \\ PEven_5(z, y)_+ &= B_0^{5k_1} C_0^{5m_1} A_1^{5n_1+4} A_2^{5p_1+3} A_3^{5q_1+2} A_4^{5r_1+1} \end{cases}$$

где:  $A_0$  и  $C_0$  – взаимнопростые числа.

Очевидно, что при таком представлении выполняется условие 1).  
Найдем  $(z - y)^4$ . Тогда с учетом формулы (4) леммы 2, получим:  
 $(z - y)^4 = B_0^{5k_2} A_0^{5m_2} A_1^{5n_2+4} A_2^{5p_2+3} A_3^{5q_2+2} A_4^{5r_2+1}$ . Вычитая  $(z - y)^4$  из второго уравнения системы, получим (с учетом теоремы 1):

$$5zy(z^2 - zy + y^2) = B_0^{5\min(k_1, k_2)} A_1^4 A_2^3 A_3^2 A_4^1 (a - b) PEven_5(a, b)_+, \quad (10)$$

где:  $a = B_0^{k_1 - \min(k_1, k_2)} C_0^{m_1} A_1^{n_1} A_2^{p_1} A_3^{q_1} A_4^{r_1}$ ,  
 $b = B_0^{k_2 - \min(k_1, k_2)} A_0^{m_2} A_1^{n_2} A_2^{p_2} A_3^{q_2} A_4^{r_2}$ .

Очевидно, что  $B_0, A_1, A_2, A_3, A_4$  не могут делиться на 5, так как это означало бы, что  $x : 5$ , что противоречит условию 2). Следовательно, только  $(a - b)$  или  $PEven_5(a, b)_+$  делятся на 5. Однако, согласно лемме 1,  $(a - b)$  и  $PEven_5(a, b)_+$  делятся на 5 одновременно. Таким образом, правая часть формулы (10) делится на  $5^2$ , а левая делится на 5. С учетом условия 2) получаем, что  $(z^2 - zy + y^2)$  должно делиться на 5. Преобразуем  $(z^2 - zy + y^2)$  к виду:

$$(z^2 - zy + y^2) = \frac{(z - y)^2 + zy}{(z + y)^2 - 3zy}$$

Для первого уравнения справедливо, что из делимости  $(z^2 - zy + y^2)$  на 5 и неделимости на 5 произведения  $zy$  следует, что  $(z - y)$  не делится на 5. То же самое можно утверждать и для второго уравнения, из чего следует, что  $(z + y)$  так же не делится на 5. Но тогда, согласно лемме 6,  $(z^2 + y^2)$  делится на 5, что неизбежно приводит к тому, чтоили  $z : 5$ , или  $y : 5$ , что противоречит условию 2). Таким образом, приходим к противоречию, которое и означает, что теорема 5 верна.

**Выводы:**

Проведенный анализ поиска решений уравнения Ферма для случаев  $n = 3, 5$  показывает:

- что существует возможность доказательства теоремы Ферма ( $n = 3, 5$ ) с использованием в совокупности элементарных методов и формализма псевдочетных функций;
- если удастся доказать, что  $C_{p-1}^m \not\equiv (-1)^m \pmod{p^2}$ , то доказательство теоремы Ферма в общем случае будет представлять собой скорее техническую, чем методологическую сложность;
- автор считает, что формализм псевдочетных функций следует рассматривать не только как инструмент классической теории чисел, но и как механизм порождения новых псевдочетных арифметик.

**Список литературы:**

1. Рибенбойм П. Последняя теорема Ферма для любителей: Пер. с англ. – М.: Мир, 2003. – 429 с.
2. Эдвардс Г. Последняя теорема Ферма. Генетическое введение в алгебраическую теорию чисел: Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 477 с.

## СВЕРХБЫСТРОЕ НАХОЖДЕНИЕ ВСЕХ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ – ФОРМУЛА

*Щербань Виктор Леонидович*

*студент,*

*Курганский государственный университет,*

*РФ, г. Курган*

## ULTRA FAST FINDING ALL THE PRIME NUMBERS: FORMULA

*Viktor Shcherban*

*student, faculty of mathematics and information technology,*

*Kurgan State University,*

*Russia, Kurgan*

**Аннотация.** Нахождение очень больших простых чисел до сих пор считается трудоемкой работой. Существующие алгоритмы уже используют разложение на простые множители чисел, которые превышают  $10^{110}$ . Это целые сутки непрерывной работы самого мощного в мире ЭВМ. Теперь мы убедимся в обратном – никаких алгоритмов простоты произвольного числа не требуется. Достаточно выбрать конкретный порядковый номер числа Фибоначчи и произвести несложные арифметические действия. Для очень больших чисел Фибоначчи, это непродолжительная работа среднеспособного компьютера и результат готов. Огромные простые числа лежат в основе защиты электронной коммерции и электронной почты. Поскольку некоторым злоумышленникам со временем все же удастся их вычислить, то знающие шифровальщики постоянно обновляют арсенал огромных простых чисел – это практика, а простая любознательность и научный престиж будет стимулировать охотников за большими простыми числами, так это теория.

**Abstract.** Finding very large prime numbers is still considered a hard work. Existing algorithms already employ splitting numbers into simple multipliers, which exceed  $10^{110}$ . This well takes 24 hours of the world's most powerful ECM. Now we shall prove the opposite: no algorithms of random number primality is needed. Not a continuous work of a medium-power computer and the result is ready. The large prime numbers make the basis for protection of electronic commerce and electronic post. As some of intruders gradually manage to compute them, knowing cryptologists keep

renewing inventory of the large prime numbers, which is a practice, while a mere curiosity and a scientific prestige will stimulate hunters for the large prime numbers, which is a theory.

**Ключевые слова:** простые числа; числа Фибоначчи; арифметические числовые таблицы.

**Keywords:** prime numbers; Fibonacci sequence; arithmetic number table.

До сих пор предмет арифметики, как науки о целых числах, не смог даже точно составить вопрос (именно так), об обобщении всех арифметических числовых таблиц и бесспорно определить те правила вещественных действий, которые для таблиц должны иметь место. Арифметические таблицы в отличие от всех других таблиц можно расположить в *трёхмерном* пространстве, где обозначение цифровых символов, например, можно заменить количеством натуральных (вещественных) предметов. Современные арифметические числовые таблицы умножения - это просто элементарные таблицы для быстрого счета. Одновременно они же являются для не направленного нахождения всех составных чисел в ряде натуральных чисел. В нашей квалификации они являются числовыми таблицами Первого Порядка.

Математическая логика подсказывала, что должны существовать таблицы для не направленного, а возможно и направленного, нахождения всех простых чисел. Это логическое изыскание привело к открытию числовых таблиц Второго Порядка (рекуррентных последовательностей) и нахождению простых чисел с помощью возвратных рядов, например, чисел Фибоначчи (см. таблица 1). И что самое главное, так это для правильного понимания ниже предоставленного уникального математического материала, нет нужды в предварительных знаниях, кроме умения производить несложные тождественные преобразования.

Теперь приступаем к непосредственному нахождению простых чисел – всех или конкретных. Для этого предоставим уникальное решение главной задачи всей арифметики, которое было приведено в авторской работе, но без **полного и исчерпывающего** доказательства [1]. Рассмотрим самый известный ряд чисел Фибоначчи, у которого каждое порядковое число равно сумме двух предыдущих чисел, а первые два числа равны *нулю* и *единице*. Первые двадцать одно число этой возвратной последовательности, следующие:

$$V_q = 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765...$$

Числовое сравнение:  $V_q + V_{q+2} \equiv 1 \pmod{q}$ ,

разрешимо только тогда, когда порядковый номер ( $q$ ) – есть число простое!

Порядковый номер – это позиционное место конкретного числа Фибоначчи во всем его числовом ряду. Примеры:

семнадцатое число этого ряда равно 987, девятнадцатое число равно 2584,

значит:  $V_{17} + V_{19} - 1 = 987 + 2584 - 1 \equiv 0 \pmod{17}$ ,

далее:  $V_{18} + V_{20} - 1 = 1597 + 4181 - 1 \not\equiv 0 \pmod{18}$ ,

девятнадцатое число равно 2584, двадцать первое число равно 6765, значит:  $V_{19} + V_{21} - 1 = 2584 + 6765 - 1 \equiv 0 \pmod{19}$ ;

Доказательством данного утверждения есть составленная беспредельная арифметическая таблица (см. таблицу 1).

Для больших чисел Фибоначчи воспользуемся услугами интернета и еще раз убедимся, что определение *простоты* любого наперед заданного числа есть невероятно простая задача [2].

В представленной таблице – первое число не натуральное и равно нулю (очень важное уточнение, так как нуль не является натуральным числом).

Например, выберем простое число 53.

Пятьдесят третье число Фибоначчи равно: 32 951 280 099.

Пятьдесят пятое число Фибоначчи равно: 86 267 571 272.

Значит:  $(32951280099 + 86267571272) - 1 = 53(2249412290) \equiv 0 \pmod{53}$ .

Следующее простое число 59.

Пятьдесят девятое число Фибоначчи равно: 591 286 729 879.

Шестьдесят первое число Фибоначчи равно: 1 548 008 755 920.

Значит:  $(591286729879 + 1548008755920) - 1 = 59(36259245522) \equiv 0 \pmod{59}$ .

Для ясности – выше приведенное арифметическое положение можно перевести и в элементарную алгебраическую форму.

Повторим и рассмотрим самый известный числовой ряд Фибоначчи ( $V_q$ ), у которого первые два числа являются *нуль* и *единица*.

Система числовых сравнений разрешима только тогда, когда порядковый номер ( $q$ ) –  $\pmod{q}$ , есть число простое:

{ 5-е число Фибоначчи } + { 7-е число Фибоначчи } – 1  $\equiv$  { результат:  $\pmod{5}$  },

{ 6-е число Фибоначчи } + { 8-е число Фибоначчи } – 1  $\equiv$  { результат:  $\pmod{6}$  },

{ 7-е число Фибоначчи } + { 9-е число Фибоначчи } – 1  $\equiv$  { результат:  $\pmod{7}$  },

$$V_q + V_{q+2} - 1 \equiv 0 \pmod{q}, \quad (1)$$

в точности: левая сторона данной формулы является формой **количественной**, а правая сторона – **качественной** и является поместным (позиционным) **порядком** каждого конкретного числа Фибоначчи. Например, если первое число ряда Фибоначчи взять натуральное число один, тогда формула (1) будет иметь другой вид.

Подтверждаем, что нахождение простых чисел не требует особых знаний, а только умение производить не сложные арифметические действия.

Следующее простое число **61**.

Шестьдесят первое число Фибоначчи равно: 1 548 008 755 920.

Шестьдесят третье число Фибоначчи равно: 4 052 739 537 881.

Значит:  $(1548008755920 + 4052739537881) - 1 = 61(91815545800) \equiv 0 \pmod{61}$ .

Множество числовых рядов с нахождением простых чисел бесчисленно (то есть, невозможно подсчитать), так как они взяты, включая числа Фибоначчи, из арифметического треугольника Паскаля, который бесконечен [3]. Данное утверждение не приводится, в виду числовой громоздкости его изложения, но принцип нахождения и построения некоторых числовых рядов необходимо объяснить. Например, к возвратному уравнению ряда Фибоначчи прибавим число *один*. Тогда получим новый числовой ряд, у которого каждое число равно сумме двух предыдущих чисел с прибавлением единицы:  $W_1 = 0, W_2 = 1, W_3 = 2, W_4 = 4, W_5 = 7, \dots$ ; (см. таблицу 1).

Первые пятнадцать чисел этого ряда в математическом виде:

$(W_q) = 0, 1, 2, 4, 7, 12, 20, 33, 54, 88, 143, 232, 376, 609, 986, \dots$ ;  $(W_q = W_{q-1} + W_{q-2} + 1)$ .

Отметим только одно из всего множества числовых свойств данного ряда чисел.

Числовое сравнение:  $2(W_q) - W_{q-1} \equiv 0 \pmod{q}$ , разрешимо только тогда, когда порядковый номер ( $q$ ) – есть число простое. Примеры:

$2(W_{11}) - W_{10} \equiv 0 \pmod{11}$ , или,  $2(143) - 88 = 11 \cdot 18$ ; ...,

$2(W_{13}) - W_{12} \equiv 0 \pmod{13}$ , или,  $2(376) - 232 = 13 \cdot 40$ ; ...;

Над натуральными числами существуют только *три* равновеликих по сути *безграницных* и *беспредельных* арифметических действий, которые можно отобразить в виде бесконечных арифметических таблиц.

1. Числовые таблицы операций сложений: их последовательная сумма есть действие сложение.

2. Числовые таблицы операций умножений или таблицы для быстрого счета: их последовательная числовая сумма есть действие

умножение. Они же служат для не направленного нахождения всех составных чисел. Эти таблицы нам известны с первого класса начальной школы.

3. Числовые таблицы операций сравнений (общепринятое понятие – по числовому модулю) или таблицы для сверхбыстрого и мгновенного счета: их не последовательная числовая сумма есть действие сравнение. Они же служат для направленного нахождения всех простых чисел.

Сверхбыстрый простой пример: число **сто** сравнимо с числом **три** или нет? Сложный, но тоже быстрый по результату пример: сравнимость простых чисел в числовых последовательностях (1). Первая из множества таких таблиц рассмотрена – далее, (см. таблицу 1).

В арифметике как науке, математическое действие деление натуральных чисел на чисел отсутствует, потому что фактически оно не определено. Так как в числовых таблицах отсутствует операция деления, тогда сравнимость чисел ( $a$ ) и ( $b$ ) по модулю ( $q$ ), означает только возможность представить ( $a$ ) в виде ( $a = b + qt$ ), где число ( $t$ ) – целое.

Уникальные по значимости и объёму таблицы по числовому модулю, начиная с ряда Фибоначчи, найдены из треугольника Паскаля, построенного в *трёхмерном* пространстве, где значение чисел можно заменить реальными натуральными предметами. Все выше названные числовые таблицы имеются у автора данной публикации.

Треугольник Паскаля предсказывает существование абсолютного Закона – «возмущения», по которому составляются так называемые – *первородные* ряды чисел:

1		1	0	1	1
2		2	0	0	1
3		3	0	0	0

Рассмотрим общий принцип составления арифметических таблиц и как ими пользоваться. Начнем с самой известной возвратной последовательности чисел – ряда Фибоначчи. Каждое число Фибоначчи ( $V_q$ ) равно сумме двух предыдущих чисел:  $0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \dots (V_q = V_{q-1} + V_{q-2})$ .

Следующий второй ( $W_q$ ) возвратный числовой ряд:  $0, 1, 2, 4, 7, 12, 20, 33, 54, 88, \dots$  имеет возвратное уравнение с прибавлением единицы - ( $W_q = W_{q-1} + W_{q-2} + 1$ ).

Теперь составим следующую общую числовую таблицу Второго Порядка для нахождения всех простых чисел. Основное числовое свойство таблицы размещается посредством действий (операций) над числами, лежащими на фиксированных горизонталях.

Таблица 1.

## Нахождение всех простых чисел

$V_q$	$W_q$	$q$	$V_q$	$W_q$	$q$	$V_q$	$W_q$	$q$
0	0	<b>1</b> >>>	55	143	<b>11</b> >>>	6765	17710	<b>21</b>
1	1	<b>2</b>	89	232	<b>12</b>	10946	28656	<b>22</b>
1	2	<b>3</b>	144	376	<b>13</b>	17711	46367	<b>23</b>
2	4	<b>4</b>	233	609	<b>14</b>	28657	75024	<b>24</b>
3	7	<b>5</b>	377	986	<b>15</b>	46368	121392	<b>25</b>
5	12	<b>6</b>	610	1596	<b>16</b>	75025	196417	<b>26</b>
8	20	<b>7</b>	987	2583	<b>17</b>	121393	317810	<b>27</b>
13	33	<b>8</b>	1597	4180	<b>18</b>	196418	514228	<b>28</b>
21	54	<b>9</b>	2584	6764	<b>19</b>	317811	832039	<b>29</b>
34	88	<b>10</b>	4181	10945	<b>20</b>	.....		

Числовое сравнение:  $V_q + W_q \equiv 0 \pmod{q}$ , разрешимо только тогда, когда порядковый номер ( $q$ ), есть число простое. Примеры:

$$V_{17} + W_{17} = 987 + 2583 \equiv 0 \pmod{17},$$

$$V_{18} + W_{18} = 1597 + 4180 \not\equiv 0 \pmod{18},$$

$$V_{19} + W_{19} = 2584 + 6764 \equiv 0 \pmod{19};$$

Для нахождения формулы имеем очевидное числовое равенство:

$$V_q = W_{q-2} + 1.$$

И тогда:  $V_q + V_{q+2} \equiv 1 \pmod{q}$ , что соответствует ряду чисел Фибоначчи (1).

Числовые таблицы сравнений по реальному модулю являются таблицам Второго Порядка (сумма существующих арифметических операций таблиц Первого Порядка). В основе любой отдельно взятой числовой таблицы должен лежать первородный возвратный ряд чисел – любые два соседних числа такой последовательности равны нулю и единице. Первородный ряд чисел имеет возвратное уравнение:  $(V_q = V_{q-k} + V_{q-s})$ . Количество классов определяется числом ( $k$ ). Каждый класс имеет свою группу подклассов ( $s$ ).

Осталось особо отметить, что не все числовые свойства возвратных рядов могут быть закодированы, а значит, найдены в

арифметическом пространстве для натуральных чисел, это например, следующий числовой ряд:

$$(V_n) = 7, 7, 31, 79, 151, 247, \dots (V_n = 3V_{n-1} - 3V_{n-2} + V_{n-3}).$$

Данная числовая возвратная последовательность имеет исключительное числовое свойство. Все простые множители каждого порядкового члена, имеют только вид:

$$(p - 1) \equiv 0 \pmod{3}, \text{ например, } (V_6 = 247 = 13 \cdot 19), (V_{16} = 2527 = 7 \cdot 19 \cdot 19).$$

Современные арифметические числовые таблицы сложения реально и разумно изъяты из безусловного закона Паскаля – «возмущения», действующего в одноименной арифметической таблице – треугольника, но само понятие сложение так формально и не определено. Теперь будет ясно почему. Действующие числовые таблицы сложения, а далее таблицы для быстрого счета (умножения), лишены беспредельной числовой памяти – первородных возвратных рядов, поэтому для умноженных чисел, это таблицы Второго Порядка, действие (не операция!) сложения НЕ равносильна умножению.

### Список литературы:

1. Щербань В.Л. Нахождение простых чисел – Online // Вестник науки и образования. – 2016. – №9. – С.15-17.
2. Таблица чисел Фибоначчи – первые 200 чисел [Электронный ресурс]. Сайт. – URL: [http://tab.wikimassa.org/tablitisa\\_chisel\\_fibonachchi\\_200](http://tab.wikimassa.org/tablitisa_chisel_fibonachchi_200) (Дата обращения: 11.11.2016).
3. Успенский В.А. Треугольник Паскаля. – М.: Наука, 1979.
4. Воронин С.М. Простые числа. – М.: Мир, 1978.
5. Маркушевич А.И. Возвратные последовательности. – М.: Мир, 1983.

**НАУЧНЫЙ ФОРУМ:  
ТЕХНИЧЕСКИЕ И ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**

*Сборник статей по материалам VII международной  
научно-практической конференции*

№ 6 (7)  
Август 2017 г.

В авторской редакции

Подписано в печать 17.07.17. Формат бумаги 60x84/16.  
Бумага офсет №1. Гарнитура Times. Печать цифровая.  
Усл. печ. л. 3,875. Тираж 550 экз.

Издательство «МЦНО»  
127106, г. Москва, Гостиничный проезд, д. 6, корп. 2, офис 213  
E-mail: [tech@nauchforum.ru](mailto:tech@nauchforum.ru)

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленного  
оригинал-макета в типографии «Allprint»  
630004, г. Новосибирск, Вокзальная магистраль, 3



**НАУЧНЫЙ  
ФОРУМ**  
[nauchforum.ru](http://nauchforum.ru)